

Д О К Л А Д Ы

вошедшие в программу и прочитанные на конференции, но, по техническим причинам, не вошедшие в книгу «Сборник трудов IX международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды», 22-26 сентября 2025, Цахкадзор»

1. **Chernomorets I, Kaplunov J, Prikazchikov D** On low-frequency propagating and evanescent modes characteristic of thin elastic laminates composed of high-contrast materials
2. **Кукуджанов К.В.** Об определении параметров электроимпульсной обработки для заживления усталостных трещин в проводящих материалах
3. **Кукуджанов К.К.** Улучшение механических характеристик аддитивной стали при высокоэнергетической электроимпульсной обработке
4. **Мкртычев О.В, Лохова Е.М., Решетов А.А.** Надежность железобетонных зданий при случайных сейсмических воздействиях
5. **Назайкинский В.Е.** Асимптотические решения задач с локализованными правыми частями в приложении к волновому уравнению и уравнениям Максвелла

ON LOW-FREQUENCY PROPAGATING AND EVANESCENT MODES CHARACTERISTIC OF THIN ELASTIC LAMINATES COMPOSED OF HIGH-CONTRAST MATERIALS

Illia Chernomorets, Julius Kaplunov, Danila Prikazchikov.

This contribution is aimed at studying the mechanical behaviour of high-contrast elastic laminates, focusing specifically on the relation between the two remarkable characteristic phenomena in such structures, namely, the degenerate boundary layers and extra low-frequency propagating modes. The consideration is focused on an antiplane problem of elasticity for a three-layered geometrically symmetric structure. Estimates for problem parameters allowing these specialised phenomena of mechanical response are deduced.

INTRODUCTION

Mechanics of layered structures have been actively studied since long ago, see, e.g., [1, 2] and references therein. Within the last decade, one of the foci appears to be on high-contrast laminates, motivated by modern engineering applications in photovoltaic panels, laminated glass, as well as advanced sandwich-type panels. Two of the notable phenomena often arising in high-contrast laminates include a well-known degeneration of the Saint-Venant's boundary layers, transforming to slowly decaying solutions [3], as well as a more recently observed effect of the lowest non-zero cut-off frequencies being small [4]. The latter also corresponds to almost rigid body motions of a three-component rod, and is apparently related to the zig-zag engineering theories for multi-layered plates. The existence of the second low-frequency shear mode gave rise to the two-mode long-wave low-frequency asymptotic theories for asymmetric three-layered strip, treated within the framework of antiplane elasticity. Moreover, the presence of strong inhomogeneity inspired generalisation of the Saint-Venant's principle for the analysed laminate, leading to formulation of the asymptotically consistent boundary conditions [5].

In the past, these two phenomena, i.e., the degenerate boundary layer, and the extra low-frequency mode, were usually studied separately within the frameworks of statics and dynamics, respectively. The main goal of the current contribution is to clarify the relation between those two by means of multiparametric analysis of a toy problem of antiplane elastodynamics for a three-layered strongly inhomogeneous laminate. In addition, for the sake of simplicity, we restrict ourselves to analysis of antisymmetric waves propagating along a geometrically symmetric structure. As a result, it is found that these two phenomena do not always occur simultaneously. An estimate for the parameter range supporting an extra low-frequency mode, which, however, does not originate from a degenerate slow varying boundary layer, is established. This scenario is associated with non-uniform asymptotic approximation of the related dispersion curve, valid only near the cut-off.

DISPERSION OF ANTIPLANE SHEAR WAVES IN A THREE-LAYERED LAMINATE

Consider antiplane shear motion of a semi-infinite three-layered symmetric elastic laminate, with the inner layer and the two outer layers located within the domains $\{x \geq 0, |y| \leq h_1\}$ and $\{x \geq 0, h_1 \leq |y| \leq h_1 + h_2\}$

Let us denote the non-zero out of plane displacement component by $u = u(x, y)$. In view of the symmetry, the problem may be considered within the upper half of the structure only; in doing so, the focus is on a toy antisymmetric problem, when the displacement satisfies the condition

$$u(x, -y) = -u(x, y).$$

The conventional wave equation of antiplane motion is given by

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

where the shear wave speed is defined piecewise by

$$c = \begin{cases} c_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}}, & |y| \leq h_1; \\ c_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\rho_2}}, & h_1 \leq |y| \leq h_1 + h_2; \end{cases}$$

with μ_i and ρ_i ($i = 1, 2$) accounting for the shear moduli and volume mass densities of the appropriate media.

The outer boundary $y = h_1 + h_2$ is assumed to be traction-free, i.e.,

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=h_1+h_2} = 0,$$

with continuity of displacement and traction on the interface $y = h_1$ implying

$$u|_{y=h_1-0} = u|_{y=h_1+0},$$

and

$$\mu_1 \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=h_1-0} = \mu_2 \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=h_1+0}.$$

We assume that the edge $x = 0$ is subject to a prescribed shear stress, similarly to previous considerations. In addition, we impose decay or radiation conditions at $x \rightarrow \infty$. Despite its apparent simplicity, the studied problem is characterised by several dimensionless parameters, namely

$$h = \frac{h_1}{h_2}, \mu = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \rho = \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

In what follows we analyse the dispersion relation of the problem above. The solution is sought for in the form of a travelling harmonic wave

$$u(x, y, t) = e^{i(kx - \omega t)} U(y),$$

where k is wave number and ω is angular frequency. On substituting the latter into the wave equation, we deduce

$$U(y) = \begin{cases} A \sin(\alpha_1 \zeta), & 0 \leq \zeta \leq \frac{h}{h+1} \\ B \sin(\alpha_2 \zeta) + C \cos(\alpha_2 \zeta), & \frac{h}{h+1} \leq \zeta \leq 1, \end{cases}$$

where A, B and C are arbitrary constants,

$$\zeta = \frac{y}{h_1 + h_2},$$

And

$$\alpha_i = \sqrt{(1+h)^2 h^{2(i-2)} \Omega_i^2 - K^2}, i = 1, 2,$$

With

$$K = k(h_1 + h_2), \Omega_i = \frac{\omega h_i}{c_i}, i = 1, 2$$

are the dimensionless wave number and frequencies, respectively.

Next, inserting the formulae above into the boundary and continuity conditions, we arrive at the following dispersion relation

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \tan \frac{\alpha_1 h}{1+h} \tan \frac{\alpha_2}{1+h} = \mu.$$

Below we are interested in its long-wave low-frequency approximations, when

$$|K| \ll 1 \text{ and } \Omega_i \ll 1.$$

This regime may be referred to as a global one, since it does not support sinusoidal variations across each of the layers due to the limitations on both dimensionless frequencies Ω_1 and Ω_2 . Also, note the absolute value of K , since both propagating and evanescent modes are under consideration.

MULTIPARAMETRIC ANALYSIS

Let us first discuss briefly the cut-off frequencies, following from the dispersion relation at $K = 0$. As we might expect from previous considerations, the global low-frequency regime occurs provided the parameters satisfy

$$\mu \ll h \ll \frac{1}{\rho},$$

giving for the lowest non-zero cut-off frequency

$$\Omega_2^2 = \frac{\mu}{\rho h^2}, \quad \Omega_1^2 \approx \frac{\mu}{h}.$$

Another limiting case at $\Omega_i = 0$ corresponds to a static problem, revealing that the degenerated boundary layer specific for high-contrast setup is supported by a small root $K = K_0$ of the secular equation. At leading order, it is given by

$$K_0 \approx \sqrt{\frac{\mu}{h}} (h+1) \ll 1,$$

provided that

$$\mu \ll \frac{h}{(h+1)^2}.$$

The aim of this note is to extend the results above to the whole parametric range of interest. Comparison between the strong inequalities on the dimensionless parameters μ and h indicates that over the interval

$$\frac{1}{h} \ll \mu \ll h$$

the vibration mode may exist in presence of a strongly localised static boundary layer. It may only happen at $h \gtrsim 1$. For $h \ll 1$, i.e. for thick skin and thin core layers, the aforementioned mode is always associated with the degenerate (slowly decaying) boundary layer.

To analyse this finding in greater detail, we obtain a shortened form of the dispersion relation by taking the leading order Taylor expansions of the involved trigonometric functions. Thus,

$$\alpha_2^2 = \mu \frac{(1+h)^2}{h},$$

resulting in

$$\Omega_2^2 - \frac{K^2}{(1+h)^2} = \frac{\mu}{h}.$$

Then, we readily deduce the following estimate on the wave number

$$K \ll \min \left\{ 1, \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \right\} \quad \text{at} \quad \Omega_2^2 > \frac{\mu}{h},$$

and

$$|K| \ll 1 \quad \text{and} \quad |K| \leq K_0, \quad \text{at} \quad \Omega_2^2 < \frac{\mu}{h}$$

by making use of the underlying assumptions

$$\frac{\alpha_1 h}{1+h} \ll 1 \quad \text{and} \quad \frac{\alpha_2}{1+h} \ll 1$$

Next, we have for the vibration frequency

$$\Omega_2^2 - \frac{\mu}{h} \ll \frac{1}{(1+h)^2} \min \left\{ 1, \frac{\mu}{\rho} \right\} \quad \text{at} \quad \Omega_2^2 > \frac{\mu}{h},$$

and

$$\frac{\mu}{h} - \Omega_2^2 \ll \frac{1}{(1+h)^2}, \quad \text{at} \quad \Omega_2^2 < \frac{\mu}{h}.$$

Note that if the parameters satisfy the condition $\mu \ll \frac{h}{(h+1)^2}$, the last strong inequality can be replaced by

$$0 \leq \Omega_2 \leq \sqrt{\frac{\mu}{h}}.$$

Also, as might be expected, the dispersion relation supports a quasi-static regime, at

$$\Omega_2 \ll \sqrt{\frac{\mu}{h}}.$$

CONCLUDING REMARKS

Multiparametric analysis of long-wave low-frequency vibration modes in a thin, elastic, three-layered, strongly inhomogeneous laminate has been carried out. The main emphasis was on the relation between the degenerated boundary layers and the extra low-frequency mode.

A polynomial approximation of the dispersion relation was obtained. Estimates for problem parameters related to limiting static and near-cut-off behaviours have been obtained. It is shown that the above-mentioned approximation could be either globally valid for both evanescent and propagating long-wave low-frequency modes or working locally near the cut-off frequency or the static limit, depending on the choice of material parameters.

Possible generalisations include consideration of local low-frequency regimes, as well as tackling multi-layered thin laminates and generalisation to plane and 3D elasticity. Further investigation of mechanics of advanced high-contrast composites, including aerogel-based, see [6], is also of interest.

REFERENCES

1. Aghalovyan, L.A. Asymptotic theory of anisotropic plates and shells. New Jersey: World Scientific, 2015.
2. Mikhasev, G.I., Altenbach, H. Thin-walled laminated structures. New York: Springer, 2019.
3. Baxter, S. C., Horgan, C. O. End effects for anti-plane shear deformations of sandwich structures. *Journal of Elasticity*, vol. 40, 123–164, 1995.
4. Kaplunov, J., Prikazchikov, D. A., Prikazchikova, L. A. Dispersion of elastic waves in a strongly inhomogeneous three-layered plate. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 113, 169–179, 2017.
5. Kaplunov, J., Prikazchikova, L., Alkinidri, M. Antiplane shear of an asymmetric sandwich plate. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 33, 1247–1262, 2021.
6. Prikazchikova, L., Rege, A., Kaplunov, J. Prikazchikov, D. Low-frequency propagating and evanescent waves in strongly inhomogeneous sandwich plates. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, vol. 75, 211, 2024.

Information about authors

Illia Chernomorets – School of Computer Science and Mathematics, Keele, Staffordshire, ST5 5BG, UK, E-mail i.chernomorets@keele.ac.uk

Julius Kaplunov – School of Computer Science and Mathematics, Keele, Staffordshire, ST5 5BG, UK, E-mail j.kaplunov@keele.ac.uk

Danila Prikazchikov – School of Computer Science and Mathematics, Keele, Staffordshire, ST5 5BG, UK, Email d.prikazchikov@keele.ac.uk

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОИМПУЛЬСНОЙ ОБРАБОТКИ ДЛЯ ЗАЛЕЧИВАНИЯ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН В ПРОВОДЯЩИХ МАТЕРИАЛАХ

Кукуджанов К.В.

Предлагается новый подход для определения предпочтительного режима электроимпульсной обработки (ЭИО). Подход использует один параметр управления — удельную энергию импульса тока, вместо подбора нескольких, как это делалось ранее. При этом удельная энергия изменяется по определенной зависимости. Разработанный с помощью подхода многошаговый режим показал свою эффективность при ЭИ-залечивании трещины со сложной геометрией в нержавеющей стали. Режим обеспечивает высокое качество сварного соединения берегов трещины и значительное улучшение механических характеристик залеченного образца.

Решение о замене или ремонте компонентов механических конструкций с трещинами зависит от экономической целесообразности. Обычно предпочтителен ремонт из-за меньшей стоимости. Для увеличения срока службы металлических компонентов и снижения затрат применяют методы залечивания: 1) замедляющие распространения трещин и 2) устраняющие (частично) трещины. К первым относятся лазерная, дробеструйная и химическая обработки поверхностей [1-3], а также создание отверстий в вершинах с помощью сверления или электромагнитного выдувания [4,5]. Ко вторым — высокотемпературный отжиг, термомеханическая обработка (ГИП) и ЭИО [3,6,7]. Отжиг и ГИП устраняют трещины за счет диффузии атомов при высоких температурах, но ухудшают механические свойства из-за термической деградации микроструктуры, требует больших трудозатрат и энергии. Кроме того, отжиг эффективен только для залечивания нанометровых трещин.

ЭИО — перспективный метод залечивания трещин, при котором электромагнитная энергия концентрируется на дефектах, обеспечивая высокую энергоэффективность. В последние годы этот метод активно разрабатывается для устранения как усталостных макротрещин, так и внутренних микродефектов в проводящих материалах [3, 8, 9, 10]. В [9, 10] показано, что ЭИ-залечивание макротрещин может происходить путем сварки их берегов. Для этого необходимо определить подходящие параметры импульсов тока: амплитуду, форму, длительность, количество и коэффициент заполнения, а также их изменение от количества импульсов/времени (далее — режим ЭИО). Предпочтительный режим должен обеспечивать большую длину залечивания трещины, одновременно предотвращая термическую деградацию микроструктуры, образование кратеров и испарение металла. Неправильный выбор режима может привести к отсутствию залечивания или некачественному залечиванию трещины, что критично для ЕРТ. Поэтому определение такого режима ЭИО является ключевой задачей. Из-за сложности этой задачи теоретические подходы к выбору режима ЭИО не разрабатывались. Настоящая работа представляет попытку заполнить этот пробел. За исключением [8, 9, 10], ЭИО исследования были сосредоточены на залечивании коротких усталостных трещин в толстых пластинах и полосах. В [10] рассматривались сложности залечивания длинных макротрещин в тонких пластинах (для которых отношение длины трещины к толщине пластины велико). На примере сварки берегов таких трещин в нержавеющей стали в работе развивается теоретический подход для определения предпочтительного режима ЭИО-залечивания, основанный на энергетическом анализе [11].

Образцы №1-3 размером $120 \times 18.2 \times 0.8$ мм ($L \times W \times h$) вырезали из промышленной ленты из нержавеющей стали марки AISI201 в состоянии поставки. В пластинах формировали длинные макротрещины методом усталостного нагружения по методике [12], прорастающие от краевого выреза с размером $0.4 \times 2.0 \times 0.8$ мм (рис.1а).

В образце №1 режим ЕРТ был выбран по подходу из работы [11] с некоторыми упрощениями. Этот подход использует один параметр управления — удельную энергию импульса тока q , вместо подбора нескольких (плотностей токов, длительности и формы импульса), как это делалось в предшествующих исследованиях. Удельная энергия импульса тока рассчитывается по формуле:

$$q = \int_0^{\tau_0} \frac{j_{\infty}^2(t)}{\sigma_E} dt \quad (1)$$

где σ^E – коэффициент электропроводности материала. Уравнение (1) определяет удельную электромагнитную энергию, рассеянную в образце (на достаточном удалении от вершины трещины) при прохождении в образце импульса $j_\infty(t)$, $t \in [0, \tau_0]$.

Известно, что залечивание трещины путем сварки берегов происходит в окрестности ее вершины, где при прохождении импульса тока одновременно возникают плавление металла и сжимающие напряжения [9,10]. Залечивание происходит пошагово: с каждым следующим импульсом новая вершина трещины перемещается вдоль её фронта от начальной вершины к вырезу в пластине. Предположим, что за один импульс заваривается одинаковая маленькая длина трещины Δa в новой вершине, и через n импульсов её начальная длина a_0 уменьшится до $a_n = a_0 - n \cdot \Delta a$. Будем считать, что с каждым n -м импульсом радиус кривизны в новой вершине трещины R_n изменяется незначительно после залечивания, т.е. $R_n = R_0$. Тогда из уравнения (35) работы [11] следует, что удельная энергия каждого n -го импульса q_n должна возрасти в соответствии с зависимостью:

$$q_n = \frac{q_0}{1 - n(\Delta a/a_0)}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

где $q_0 = 1.89 \cdot 10^7$ Дж/м³ - начальная энергии импульса, N - общее число импульсов. В экспериментах для образца №1 принималось $N = 132$, $\Delta a/a_0 = 5.76 \cdot 10^{-3}$, скважность - $1.145 \cdot 10^{-5}$, а зависимость (2) была аппроксимирована кусочно-постоянной функцией (рис. 1b), состоящей из 14 шагов (13 шагов of 10 and 1 шагов of 2 = 132) импульсов.

Для образца №2 был выбран следующий режим. Из (2) при $n(\Delta a/a_0) \ll 1$ следует линейная зависимость $q_n = q_0(1 + n(\Delta a/a_0))$, $n = 1, \dots, N$. В экспериментах принималось $q_0 = 1.89 \cdot 10^7$ Дж/м³, $N = 120$, $\Delta a/a_0 = 1,67 \cdot 10^{-2}$, скважность - $1.145 \cdot 10^{-5}$, а линейная зависимость была аппроксимирована кусочно-постоянной функцией (рис. 1b), состоящей из 6 шагов.

Образец №3 не подвергался ЭИО и служил для оценки качества залечивания.

После ЭИО образцы обрезали до новой ширины (W'), чтобы начальные вершины трещин находились на расстоянии 3,0 мм от новых краев пластин (рис. 2a). Новая ширина рассчитывалась как $W' = a_0 + 3,0$ мм. Обрезанные образцы подвергали растяжению до разрыва на испытательной машине Instron с постоянной скоростью деформации 1 мм/мин (начальное расстояние между зажимами $l_0 = 60$ мм).

Режимы ЭИО-обработки образцов №1 и №2 позволили залечить в среднем 1,36 мм и 0,82 мм длин трещин соответственно (рис. 2c-e). На фрактограммах (рис. 2d-f) видны зоны выреза (zone 1), усталостного роста (zone 2), залеченности (zone 3) и вязкого разрушения (zone 4). Микроструктура зоны 3 отличается от зон 2 и 4, что делает границы между ними четкими.

В зонах 3 и 4 всех образцов наблюдается образование шеек (рис. 2d-f). Шейкообразование в зонах 4 образцов №1 (рис. 2d) и №2 (рис. 2e) подтверждает сварку берегов трещины при ЭИО и последующее вязкое разрушение сваренного материала. Изломы в зоне залеченности неоднородны, с различными локальными участками, отличающимися по микрорельефу и микроориентации ямок, которые соответствуют различающимся механизмам разрушения образца в данной зоне в условиях сложного напряженно-деформированного состояния.

Образец №2 залечился хуже образца №1. На рис. 2d между двумя шейками в зонах залеченности и вязкого разрушения имеется область с очень незначительным сцеплением берегов. В ней местами имеются лишь маленькие локальные участки (мостики) сцепления берегов трещины, которые видны по равноосным ямкам на фрактограмме. Тогда как в зоне хорошей залеченности, там, где образовалась шейка в образце №2, равноосные и удлиненные ямки просматриваются везде. На рис. 2d хорошо виден кратер, образовавшийся в результате выброса расплавленного металла наружу.

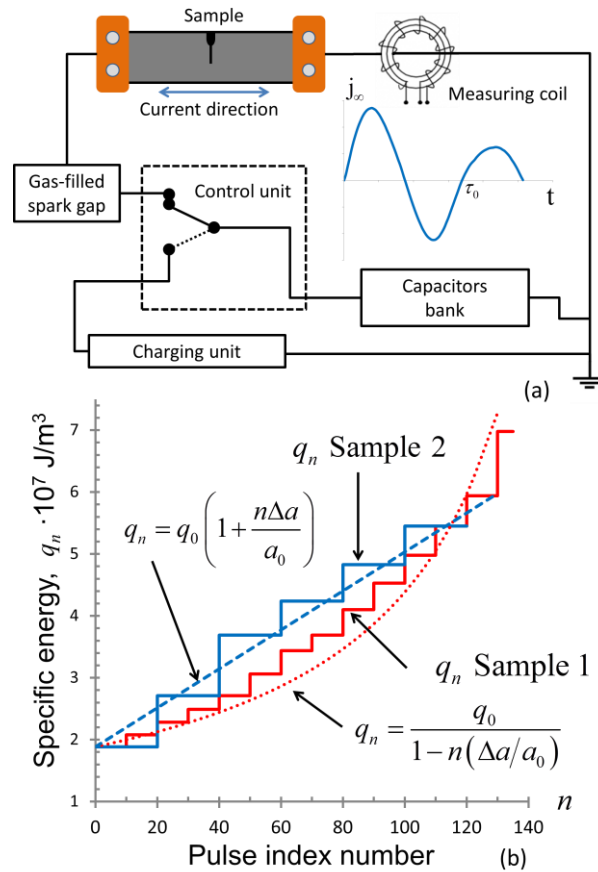


Рис. 1: Схема лабораторной установки (а), режимы для образцов 1 и 2 (b).

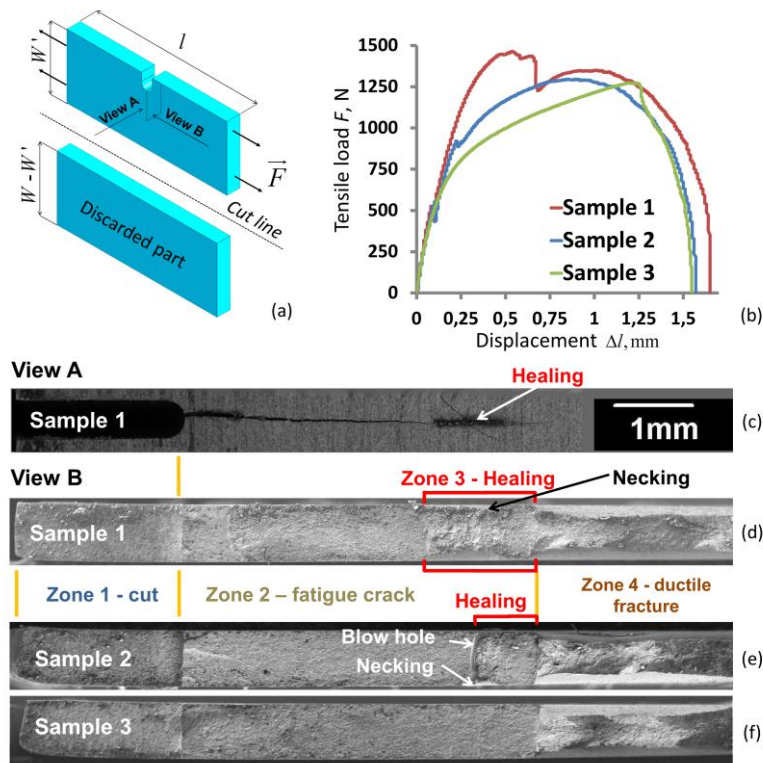


Рис.2. Схема растяжения обрезанных по ширине образцов (а) Кривые растяжения (b) Наружная поверхность образца №1 с залеченной трещиной после ЕРТ вид в оптический микроскоп (с); Фрактограммы образцов №1-№3 в SEM в режиме SE (d-f)

На рис. 2b показаны зависимости растягивающей нагрузки (F) от удлинения ($\Delta l = l - l_0$) для образцов №1–№3. Удельная работа деформирования и разрушения образца в зонах 3 и 4, вычисляется как $Q = A/V = \frac{1}{V} \int_0^{\Delta l_m} F dl$, где A – работа внешних, затраченная на деформирование и разрушение образца, $V = 1.0 \cdot (W' - a_N) \cdot h$ – объем образца единичной длины. Результаты расчетов для A и Q приведены в Таблице 1. Для разрушения образцов №1 и №2 потребовалось на 27,1% и 8,9% больше энергии соответственно, чем для образца №3. При этом удельная работа, необходимая для разрушения залеченных образцов №1 и №2, оказалась всего на 12,58% и 14,50% меньше, чем у незалеченного образца. Данная энергетическая оценка свидетельствуют о том, что качество сварного ЕРТ-соединения берегов трещин сопоставимо с качеством ленты, из которой были изготовлены образцы, то есть достаточно высокое.

Кроме того ЭИО-залечивание повысило предельную нагрузку $F_{\max}$ для образцов №1 и №2 на 13,8% и 1,4% соответственно, по сравнению с образцом №3. Залечивание качественно изменило форму кривых $F(\Delta l)$ (рис. 2b), что привело к существенному увеличению средней нагрузки $F_{av} = \frac{1}{\Delta t_m} \int_0^{\Delta t_m} F dt$, которую могут выдерживать залеченные образцы. Для образцов №1 и №2 F_{av} оказалась на 18,8% и 7,1% выше, чем у незалеченного образца.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Y. Sano, M. Obata, T. Kubo, N. Mukai, M. Yoda, K. Masaki, Y. Ochi, Mater. Sci. Eng. A 417 (2006) 334–340.
- [2] Z. Que, L. Volpe, A. Toivonen, M. Burke, F. Scenini, U. Ehrnsten, Corros. Sci. 188 (2021) 109555.
- [3] A. Hosoi, T. Kishi, Y. Ju, Materials 6 (2013) 4213–4225.
- [4] N. Razavi, M. Ayatollahi, C. Sommitsch, C. Moser, Engineering Fracture Mechanics 169 (2017) 226–237.
- [5] V.M. Finkel, Y.I. Golovin, A.A. Sletkov, Sov. Phys. Dokl. 22 (1977) 683–685.
- [6] S. Singh, J.A. Narayanan, S. Dehgahi, A. Qureshi, I. Palani, C. Paul, K. Prashanth, Mater. Lett. 365 (2024) 136452.
- [7] S. R.M. Paladugu, P.S.R. Sreekanth, S.K. Sahu, K. Naresh, S.A. Karthick, N. Venkateshwaran, M. Ramoni, R.A. Mensah, O. Das, R. Shanmugam, Materials 15 (23) (2022) 8521.
- [8] S. Yoon, S. Gu, S. Li, Y. Kimura, Y. Toku, Y. Ju, Engineering Fracture Mechanics 284 (2023) 109235.
- [9] Q. Cai, P. Rey Rodriguez, S. Carracelas Santos, G. Castro, C.L. Mendis, I.T. Chang, H. Assadi, Mater. Lett. 365 (2024) 136410.
- [10] K.V. Kukudzhyanov, G.R. Khalikova, E.A. Korznikova, A.V. Chentsov, S.V. Dmitriev, Mech. Solids 59 (2024) 3223–3234.
- [11] K.V. Kukudzhyanov, A.V. Chentsov, Mech. Solids 59 (2024) 3929–3948.
- [12] O. Murugova, M. Nagimov, G.R. Khalikova, S.V. Dmitriev, Fundamentalnye Problemy Sovremennogo Materialovedenia (Basic Problems of Materials Science) 21 (2024) 294–303 (in Russian).

Information about authors

Konstantin VI. Kukudzhyanov Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, 101-1, Prospekt Vernadskogo, Moscow, 119526, Russian Federation. Cand. Phys. & Math. Sci.; Senior Researcher ; +7 495 434-14-67, E-mail: kkonstantin@mail.ru

УЛУЧШЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АДДИТИВНОЙ СТАЛИ ПРИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОИМПУЛЬСНОЙ ОБРАБОТКЕ.

Кукуджанов К.К.

Снижение качества печати аддитивных материалов из нержавеющей стали 316L приводит к ухудшению механических характеристик. Воздействие импульсным высокоэнергетическим электромагнитным полем (ВЭМП) на такие образцы, изготовленные методом селективного лазерного плавления (СЛП), значительно увеличивает предельную деформацию до разрушения при незначительном снижении предела прочности. Для улучшения пластических свойств предлагается новый подход к ВЭИО, направленный на залечивание микродефектов. После обработки микродефекты частично залечиваются. Снижение стандартных отклонений предела прочности и деформации подтверждает, что предлагаемый подход делает механическое поведение материала более предсказуемым.

Аддитивное производство (АП) позволяет создавать трехмерные объекты любой сложности на основе цифровых моделей. Наиболее распространенный метод АП — селективное лазерное плавление (СЛП), при котором частицы порошков металлов и сплавов расплавляются лазером. Промышленное применение технологии СЛП, как и других методов аддитивного производства, не позволяет достичь бездефектного изготовления металлических деталей. Неправильная оптимизация параметров процесса приводит к повышенной пористости и другим технологическим дефектам, таким как газовые поры, зоны неполного плавления, трещины и структурные неоднородности. Эти дефекты снижают механические характеристики изделий, увеличивает их дисперсию, что делает АМ менее качественными и ограничивает возможности применения по сравнению с традиционными методами, такими как литье.

Для улучшения характеристик деталей, изготовленных по технологии СЛП, используются термомеханические методы (высокотемпературный отжиг, горячее пластическое деформирование, горячее изостатическое прессование) и методы электроимпульсной обработки. Термомеханические методы повышают пластичность за счет снятия остаточных напряжений и уменьшения пористости, но снижают предел прочности и усталостные характеристики. При этом происходит термическая деградация микроструктуры. Они требуют значительных затрат энергии и времени, что делает их менее эффективными. Механизм залечивания пористости при применении термомеханических методов обработки основан на термодиффузии атомов при высоких температурах.

Под залечиванием микродефектов, далее понимается восстановление сплошности материала за счет уменьшения в нем объема внутренних пор и трещин, а также сглаживание формы этих дефектов, уменьшающее концентрацию механических напряжений в их острых вершинах.

Методы электроимпульсной обработки (ЭИО) стали, предполагают индуцирование в проводящем материале токов высокой плотности за счет воздействия внешним интенсивным электромагнитным полем (ЭМП). При этом для изделий из сталей, изготовленных традиционными методами, используются широкий диапазон режимов ЭИО с импульсами длительности 10^{-5} — 10^{-2} с и плотностями токов порядка 10^1 – 10^3 А/мм². Это приводит к рассеиванию в материале удельной энергии в диапазоне 10^5 — 10^9 Дж/м³.

Далее будем называть ЭМП высокоэнергетическим (далее – ВЭМП) в случае рассеивания в проводящем материале удельной энергии в диапазоне 10^7 – 10^9 Дж/м³ при сравнительно малых длительностях единичных импульсов 10^{-5} – 10^{-4} с [1], а электроимпульсную обработку образцов ВЭМП далее будем сокращенно называть – высокоэнергетической электроимпульсной обработкой (ВЭИО). Другие виды ЭИО будем называть низкоэнергетическими (НЭИО). Данное разделение основано на наших наблюдениях за значительными различиями в физических процессах, протекающих при низкоэнергетической и высокоэнергетической ЭИО, и механизмах улучшения механических свойств аддитивных материалов посредством ЭИО [1].

Следует заметить, что вопрос улучшения механических свойств аддитивных материалов посредством ЭИО является малоизученным. Исследованию воздействия ЭМП на механические свойства аддитивных материалов посвящено незначительное число работ [2, 4–7]. Все эти известные автору работы (не только со сталью 316L, но и с другими АМ) посвящены исследованиям в области НЭИО.

Отдельно отметим работы [9] и [10], в которых их авторы не уделяли внимания исследованиям изменений пластических и прочностных свойств, однако наблюдали явления, схожие с исследуемым в настоящей работе.

В [9] при электромеханической обработке (одновременном действии НЭИО и прижимающего усилия) в образце из сплава Ti-6Al-4V авторы наблюдали сглаживание границ дефектов в АМ после электромеханической обработки.

В [10] при ВЭИО с последовательно возрастающими импульсами тока (всего 75 импульсов) в 2-х образцах из композитного материала TiC/316L удалось частично залечить длинные макротрещины путем сварки их берегов. Кумулятивный нагрев многократными импульсами тока приводил к сильному термическому сжатию берегов трещин и способствовал их сварке и залечиванию. Улучшение механических свойств образцов после ВЭИО в работе не изучалось.

В вышеуказанных работах наблюдаются качественные изменения микроструктуры аддитивных материалов под действием НЭИО, вызванные кумулятивным высокотемпературным нагревом образцов, действие которого оказывалось аналогично отжигу. Их авторы подтверждают значительный рост температуры и отмечают сходство воздействия НЭИО с термомеханической обработкой как в части изменений микроструктуры, так и в части улучшения механических свойств.

В аддитивных материалах (впрочем, как и в материалах, изготовленных традиционными методами) под действием ВЭИО будут происходить иные эволюционные изменения, чем при термомеханической обработке или НЭИО. В частности, при ВЭИО залечивание дефектов, приводящее к улучшению механических характеристик, протекает по иному механизму, нежели при термомеханической обработке или электромеханической обработке (НЭИО + механическое сжатие). Так, при воздействии импульсов ВЭМП в острых вершинах внутренних микротрещин и микропор происходит сильная концентрация электромагнитного поля, интенсивное выделение джоулева тепла в короткий промежуток времени, возникновение сжимающих термических напряжений с одновременным разупрочнением и плавлением металла в этих областях. В совокупности это приводит к тому, что внутренние микротрещины и микропоры изменяют форму, уменьшаются в объеме, а их берега свариваются расплавленным металлом [11-13]. Результаты моделирования [11-13] подтверждают реальность именно такого механизма залечивания внутренних дефектов в проводящем материале при ВЭИО. В данных работах на основе связанной конечноэлементной электротермоупругопластической модели было показано, что при ВЭИО металла с микродефектами в нем происходит уменьшение объема микродефектов и, как следствие, пористости материала, вплоть до полного залечивания некоторых микропор и микротрещин посредством сварки их берегов расплавленным металлом. Численное исследование по залечиванию усталостных макротрещин в стали 316L при ВЭИО по другой конечноэлементной модели [14] также косвенно подтверждает вышеописанный механизм. Также это наблюдалось в экспериментах по залечиванию усталостных макротрещин в АМ при ВЭИО [10] и в традиционных материалах. При термомеханической обработке (горячем изостатическом прессовании, горячей пластической деформации) и НЭИО, когда тепловая энергия выделяется в течение более продолжительных интервалов времени по сравнению с ВЭИО, залечивание дефектов происходит по иному механизму – за счет термодиффузии атомов при высоких температурах нагрева. Плавление в вершинах микродефектов и сварка их берегов при НЭИО не происходит.

Таким образом, исследования воздействия ВЭМП на АМ с целью улучшения их механических свойств не проводились. Возможность залечивания в них внутренних микродефектов в процессе ВЭИО также не изучалась. Безотносительно ВЭИО, также следует отметить чрезвычайно широкий диапазон параметров импульсов (плотностей токов, форм и длительностей импульсов), используемый в исследованиях по НЭИО. Кроме того, в [2, 4-7, 9-10] авторы никак не объясняли и не обосновывали выбор ими тех или иных значений параметров проведенной ими ЭИО (далее – режим ЭИО). То есть выбор режима ЭИО осуществлялся ими чисто эмпирическим путем.

Настоящая работа является попыткой восполнить эти пробелы.

В работе используется новый подход для определения режима ВЭИО, ориентированный на залечивание внутренних дефектов в металлических материалах. Развиваемый подход применен для определения предпочтительного режима ВЭИО.

Исследуется нержавеющая сталь 03X16H15M3 (AISI 316L), изготовленная методом СЛП. Эта марка стали популярна в промышленности благодаря отличным физико-механическим свойствам, высокой стойкости к окислению и хорошей свариваемости. Она широко применяется в СЛП печати. Стальные образцы (Рис.1а) для экспериментов имеют низкое качество печат-

ти с крупными дефектами, такими как несплавления до 250 мкм, возникающими в процессе послойной наплавки порошка. Наличие этих дефектов предпочтительно для демонстрации возможностей ВЭИО по их залечиванию.

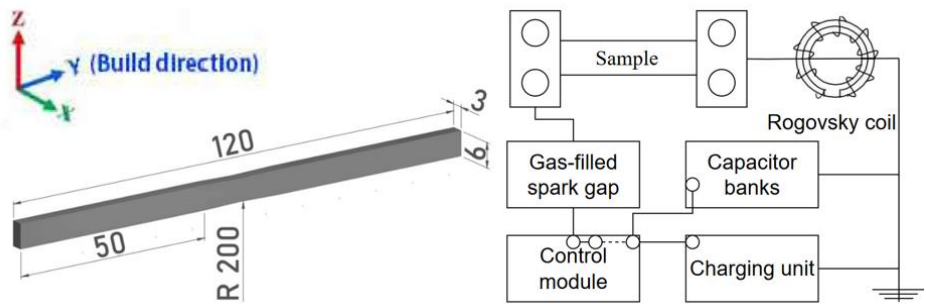


Рис. 1. Печатные образцы для экспериментов из стали 03X16H15M3 (а) и принципиальная схема экспериментальной установки (б)

Образцы были изготовлены методом СЛП на 3D-принтере SLM Kings 3D Printer M280HD (Китай). Для эксперимента 10 случайных образцов были разделены на две группы по 5 штук в каждой. Первая группа (UNT – untreated) тестировалась на разрыв без предварительной обработки ВЭМП. Вторая группа (TR – treated) проходила ВЭИО на лабораторной установке ГИТ 20-40 (рис.1б), а затем тестировалась на разрыв согласно ГОСТ 1497-2023 на электромеханической универсальной испытательной машине ГОСТ МИМ.2-100 (Россия) со скоростью растяжения 0.15 ММ/МИН, с базой экстензометра – 35мм. Микроструктуру до и после ВЭИО исследовали с помощью СЭМ Сохем EM-30AX Plus(Китай) и оптического микроскопа Zeiss Axio Imager.D1m (Германия).

В процессе ВЭИО в образцах индуцировались импульсы тока, имеющие форму, показанную на рис. 3.

Режим высокоэнергетической электроимпульсной обработки был выбран в соответствии с подходом, предложенным в работе [1]. Подход использует один параметр управления — удельную энергию импульса тока q , вместо подбора нескольких: плотности тока $j_{\infty}(t)$, длительности $t = \tau_0$ и формы импульса, как это делалось в предшествующих исследованиях. Удельная энергия импульса тока рассчитывается по формуле:

$$q = \int_0^{\tau_0} \frac{j_{\infty}^2(t)}{\sigma^E} dt, \quad (1)$$

где σ^E — коэффициент электропроводности материала. Формула (1) определяет удельную электромагнитную энергию, рассеянную в образце (на достаточном удалении от вершины трещины) при прохождении импульса с плотностью тока $j_{\infty}(t)$ и длительностью $t = \tau_0$.

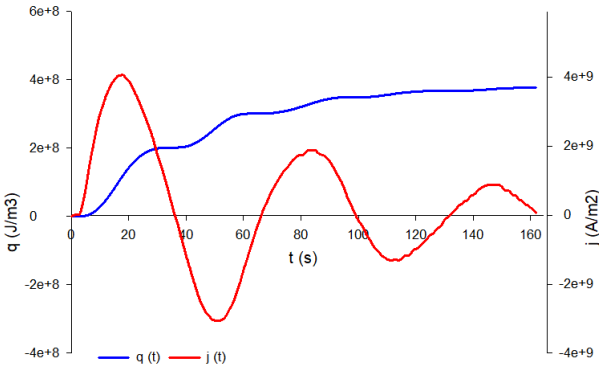


Рис. 3. Измеренная в экспериментах зависимость плотность тока и рассчитанная зависимость удельной рассеянной энергии в образце от времени.

Допустим, что все микродефекты имеют форму эллипсов, размер малой полуоси которых не изменяется при ВЭИО (ток в образце течет в направлении малой полуоси). Кроме того предположим, что дефекты при каждом импульсе тока заживают в вершинах на малую величину, а расстояния до соседних дефектов велико. Тогда на основании уравнения (35) работы [1] с учетом налагаемого условия о постоянстве изменения внутренней энергии в перемещающейся вершине микродефекта при каждом новом импульсе получаем следующую зависимость для изменения энергии импульса о его номера $n=0,1,...9$ в предпочтительном режиме ВЭИО):

$$q_n = q'_0 (1 + 2n\Delta a'/a_0), n = 0,1...4$$

$$q_n = q''_0 (1 + 2(n-5)(\Delta a''/a_0)), n = 5,...9$$
(2)

где $q_0 = 0,14 \text{e}8 \text{ Дж/м}^3$ $q_0 = 1,51 \text{e}8 \text{ Дж/м}^3$ и $(\Delta a/a_0) = 0,0075$ $(\Delta a/a_0) = 0,04$.

Изменение единственного параметра режима наших экспериментов q_n графически представлено на рис.4, а числовые значения в таблице.2.

Результаты эксперимента представлены на Рис.5 в виде кривых номинальные напряжение–деформация образцов до и после ВЭИО. С помощью воздействия предпочтительным режимом ВЭИО удалось увеличить показатель средней предельной пластической деформации до разрушения ε_F на 26,64% (с 24,73% до 31,32%) при незначительном снижении среднего предела прочности σ_B на 4,2% (с 0,655 кН/мм^2 до 0,627 кН/мм^2). То есть пластичность материала существенно возрастает при незначительных потерях в прочности материала. снижение показателей стандартного отклонения ε_F на 31,7% и σ_B на 45,2% соответственно. Снижение дисперсии говорит о том, что в результате предложенного воздействия ВЭМП пластические свойства образцов стали более предсказуемыми и менее изменчивыми от образца к образцу.

Также одной из целей настоящей работы является экспериментальное подтверждение заживания микропор и микротрещин в широком диапазоне размеров (от 5мкм до 250мкм), образовавшихся в АМ в результате SLM, при предпочтительном режиме ВЭИО с выбранными параметрами. До настоящего времени такие экспериментальные подтверждения отсутствовали. При этом объектом исследования является непосредственно изменения пористости и микроструктуры дефектов АМ.

Номер импульса n	$q_n, 10^8 \text{ Дж/м}^3$
0	0,14
1	0,27
2	0,42
3	0,58
4	0,74
5	1,51
6	2,21
7	3,01
8	3,76
9	4,75
Всего	17,39

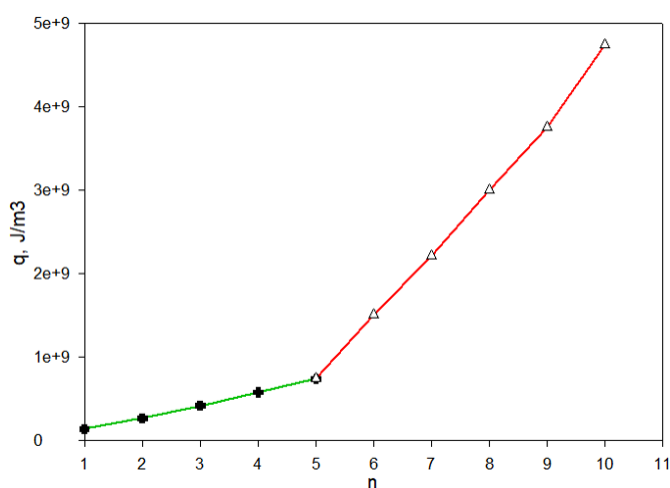


Табл.2 и Рис.4. Изменение удельная рассеянная энергия импульса q_n от порядкового номера импульса n в предпочтительном режиме ВЭИО.

Типичные крупные микродефекты до и после ВЭИО показаны на рис.6. Сравнение подтверждает, что форма дефектов после ВЭИО стала значительно более гладкой. После ВЭИО в стали произошли твердотельные фазовые переходы с образованием новой фазы (темные пятнышки на рис.6b). Тогда как в окрестности дефекта новая фаза отсутствует (светлая область вокруг дефекта на рис.6b), что по нашему мнению, свидетельствует о произошедшем в окрестности дефекта плавлении.

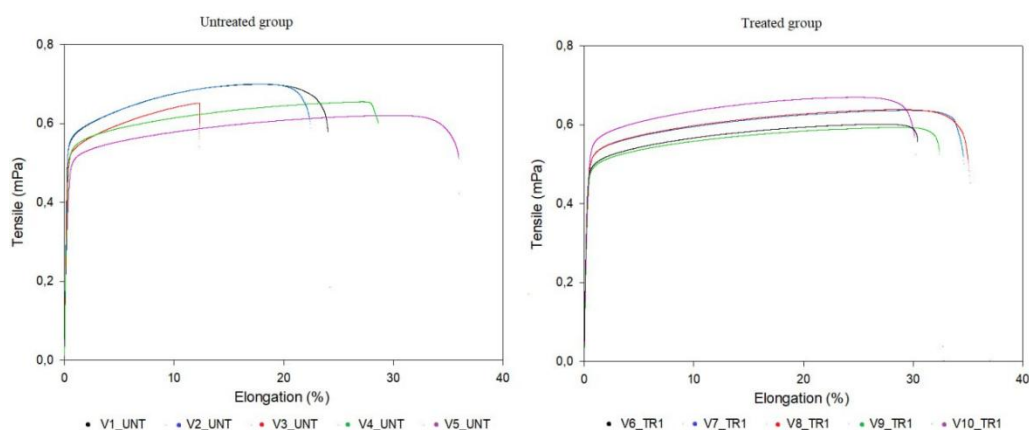


Рис. 5. Кривые номинальное напряжение-деформация необработанных образцов (слева) и образцов, обработанных ВЭИО (справа)

С помощью Porosity Calculator Matlab было обработано и рассчитана пористость на суммарной площади шлифов 9,9мм² (в трех сечениях) образцов до и после ВЭИО. Получено, что в результате ВЭИО пористость залечилась с 0,93% до 0,63%, т.е. уменьшилась на 32%.

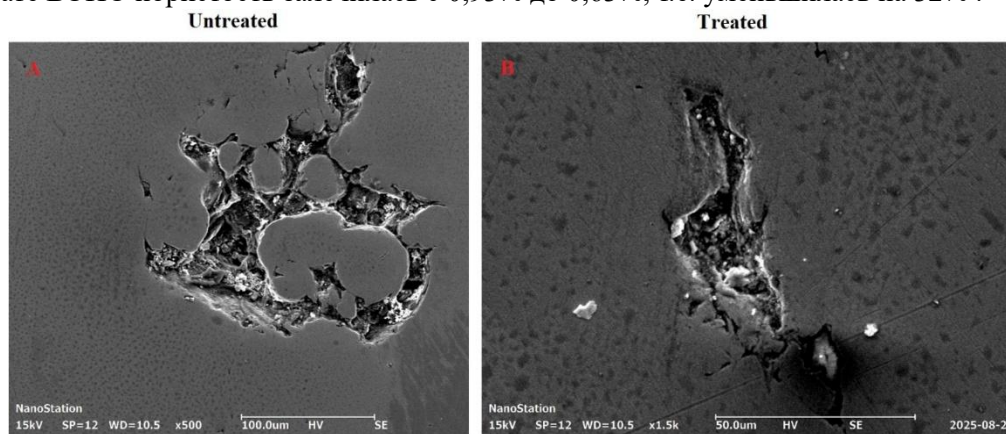


Рис.6. Типичные внутренние микродефекты в образцах до (слева) и после (справа) ВЭИО

Таким образом, вследствие залечивания внутренних микродефектов произошло существенное улучшение механических характеристик образцов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kukudzhanov K.V., et al // Mechanics of Solids 59 (8) (2024) 3929–3948. doi:10.1134/s0025654424607031.
2. Noell Philip J., et al // Addit. Manuf. 2020. V. 33. doi:10.1016/j.addma.2020.101128.
4. Xue Ling, et al // J. Clean. Prod. Elsevier Ltd, 2024. V. 439, N. January. P. 140864. doi:10.1016/j.jclepro.2024.140864.
5. Guo Haojie, et al // Mater. Des. Elsevier Ltd, 2021. V. 212. P. 110286. doi:10.1016/j.matdes.2021.110286.
6. L. Xie, et al // Mater. Charact. 161 (2020) 110137. doi:10.1016/j.jallcom.2022.163969
7. Fan Shijing, et al // Metals (Basel). 2022. V. 12, N. 8. doi: 10.3390/met12081327.
9. Yan Xudong, et al A novel electropulsing treatment to improve the surface strength and repair the pore of additively manufactured Ti-6Al-4V alloy // Surf. Coatings Technol. Elsevier B.V., 2023. V. 458, N. 5988. P. 129364. doi: 10.1016/j.surfcoat.2023.129364.
10. Cai Qing, et al // Mater. Lett. Elsevier B.V., 2024. V. 365, N. January. P. 136410. doi: 10.1016/j.matlet.2024.136410.

11. *Kukudzhanov K. V.* // Vestnik PNIPU. Mekhanika. 2015. no. 4. P. 138–158. doi: 10.15593/perm.mech/2015.4.09
12. *Kukudzhanov K. V., et al* // Vestnik PNIPU. Mekhanika. 2016. no. 2. P. 89–110 doi:10.15593/perm.mech/2016.2.07
13. *Kukudzhanov K. V.* // Letters on Materials. 2018. Vol. 8, no. 1. P. 27–32. doi: 10.22226/2410-3535-2018-1-27-32
14. *Cai Q., et al.* // Metallurgical and Materials Transactions A. 2023. Vol. 54, no. 7. P. 2960–2974. DOI: 10.1007/s11661-023-07073-1.

Information about authors

Konstantin K. Kukudzhanov, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, 101-1, Prospekt Vernadskogo, Moscow, 119526, Russian Federation. Post Grad. Student; E-mail: kkukudzhanov@yandex.ru

НАДЕЖНОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЗДАНИЙ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Мкртычев О.В., Лохова Е.М., Решетов А.А.

В работе рассматриваются особенности работы при сейсмическом воздействии узлов сопряжения ригелей и колонн в железобетонных рамных каркасах, широко применяемых в строительстве в сейсмических районах. Исследование проведено с помощью прямого нелинейного динамического метода, реализованного в программном комплексе ANSYS – LS/DYNA. В качестве сейсмического воздействия использован представительный набор акселерограмм с доминантными частотами от 2 до 4 Гц. Результаты исследования показывают, что использование устройств с повышенными демпфирующими свойствами в узлах сопряжения способствует значительному повышению общей надежности и сейсмостойкости несущей системы здания.

Землетрясение – одно из наиболее опасных и разрушительных природных явлений, которое за считанные минуты может привести к многочисленным человеческим жертвам и серьёзным повреждениям зданий и сооружений. В сейсмических районах широкое применение получили железобетонные рамные каркасы. Несмотря на их высокую пространственную жёсткость и способность к перераспределению нагрузок, узлы сопряжения элементов представляют собой участки с повышенной концентрацией усилий и, соответственно, значительной уязвимостью при сейсмических воздействиях. В связи с этим рациональное проектирование и расчет узлов сопряжения ригелей и колонн являются важнейшими условиями обеспечения надёжности и сейсмостойкости всего сооружения.

Объектом исследования является железобетонный узел сопряжения ригеля и колонны пятиэтажного здания (рис.1) [1]. Рассматривается узел сопряжения как с использованием устройства сейсмозащиты и без использования сейсмозащиты.

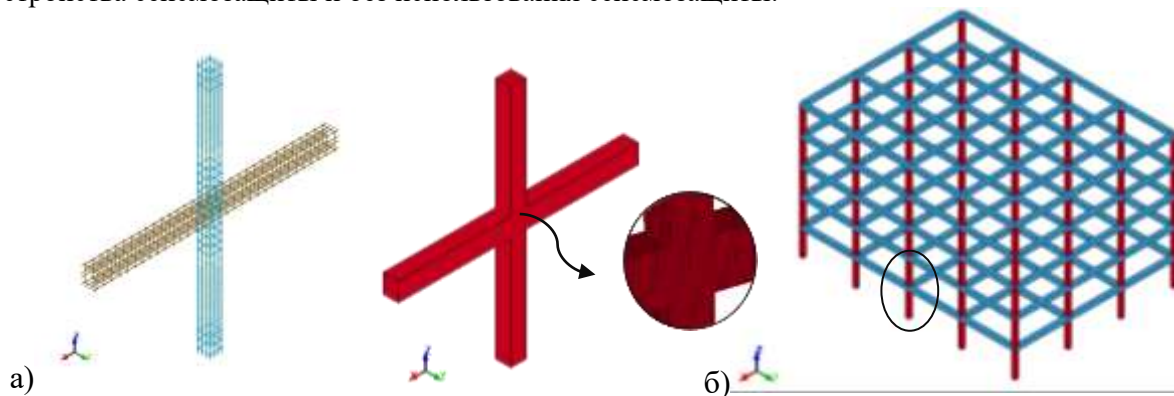


Рис. 1 – Расчетная схема: а) подробная модель узла сопряжения; б) каркас

В основе динамического метода, применяемого в данной работе, лежит уравнение движения, которое имеет вид [2]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{K}\mathbf{u}_t = \mathbf{f}_t^a, \quad (1)$$

где:

$\mathbf{M}(\mathbf{u})$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}(\mathbf{u})$ – матрицы масс, демпфирования и жесткостей соответственно;

$\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}$ – векторы узловых перемещений, скоростей и ускорений соответственно [3];

В данном методе узловые ускорения и скорости не вычисляются путем численного дифференцирования перемещений, а вычисляются напрямую (вводятся в число узловых степеней свободы в качестве неизвестных). Векторы скоростей и перемещений на каждом шаге определяются в виде:

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_t + \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t/2} \frac{\Delta t_t + \Delta t_{t+\Delta t}}{2}; \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_{t-\Delta t/2} + \ddot{\mathbf{u}}_t \Delta t_t; \quad (3)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_t = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{f}_t^{ext} - \mathbf{f}_t^{int}). \quad (4)$$

Для моделирования бетонных элементов узла сопряжения использована верифицированная модель материала Karagozian & Case Concrete model (K&C) [4], реализованная в программном комплексе ANSYS/ LS-DYNA [5].

Одной из ключевых задач при сейсмическом моделировании высотных зданий является корректное назначение параметров внешнего воздействия. Традиционный подход, предполагающий использование одной расчетной акселерограммы, не всегда обеспечивает требуемую надежность и сейсмостойкость всех несущих элементов конструкции. В настоящей работе применяется методика, основанная на использовании представительного набора акселерограмм [4]. При формировании представительного набора сейсмическое воздействие рассматривалось в виде нестационарного случайного процесса. Представительный набор включает акселерограммы с доминантными частотами от 1 до 6 Гц.

Следует отметить, что акселерограмма с определенной доминантной частотой может оказаться критичной для одних несущих элементов здания, но быть неопасной для других [6].

Расчетная акселерограмма генерировалась по следующей методике.

Компонента акселерограммы представляется в виде произведения огибающей $A(t)$ на реализацию стационарного случайного процесса $y(t)$:

$$a(t) = y(t) \cdot A(t). \quad (5)$$

Вид огибающей получается в результате аппроксимации данных полученных посредством статистической обработки реальных записей землетрясений для того или иного региона [8].

Стационарный случайный процесс $y(t)$ может быть получен с использованием метода формирующего фильтра. Суть метода заключается в том, что ортонормированная последовательность нормально распределённых случайных величин $x(n)$ преобразуется посредством линейной операции в новую последовательность $y(n)$, обладающую требуемой корреляционной функцией:

$$y(n) = \sum_{k=0}^M c(k) \cdot x(n-k), \quad n=1, \dots, N, \quad (6)$$

где:

$x(n)$ – белый гауссовский шум;

$c(k)$ – весовые коэффициенты.

Пример сгенерированной акселерограммы представлен на рис. 2.

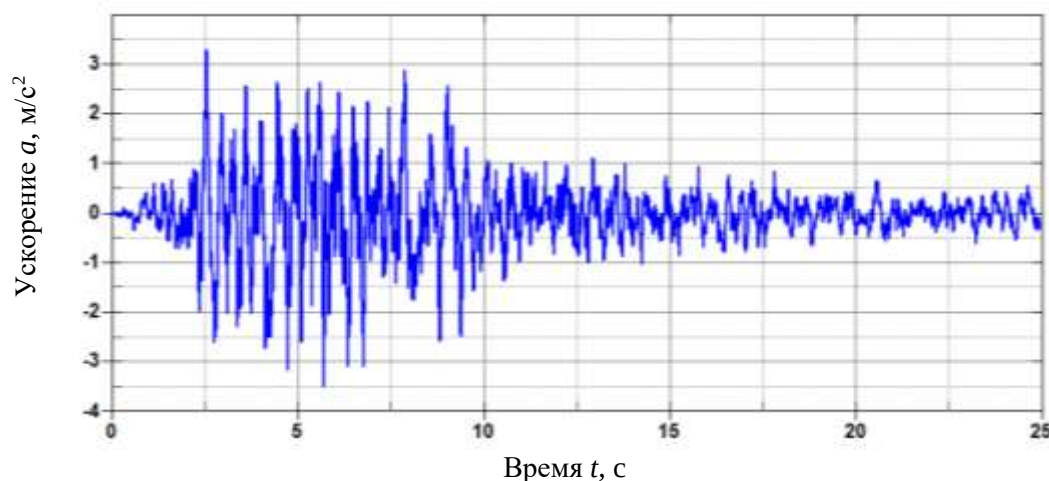


Рис. 2 – Расчетная акселерограмма

В данном исследовании помимо узла сопряжения без устройства сейсмозащиты также рассмотрен узел сопряжения с повышенными диссипативными свойствами [1]. Исследование надежности и сейсмостойкости рассматриваемых узлов сопряжения производится при действии акселерограмм с различными доминантными частотами (2 Гц, 3 Гц, 4 Гц). Далее представлены основные результаты расчетов.

На рис. 3 – 5 представлены изополя функции накопления повреждений для узла без использования устройства сейсмозащиты в момент времени $t = 6$ с при различной доминантной

частоте акселерограммы f . На рис. 6 – 8 представлены изополя функции накопления повреждений для узла с повышенными диссипативными свойствами в момент времени $t = 6$ с при различной доминантной частоте акселерограммы f . Накопление повреждений для модели материала K&C представлено функцией, изменяющейся от 0 до 2, где 0 – отсутствие повреждений, а 2 – полное исчерпание несущей способности).

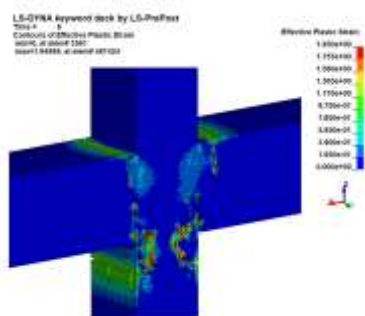


Рис. 3 – Изополя функции накопления повреждений, $t = 6,0$ с, $f = 2$ Гц

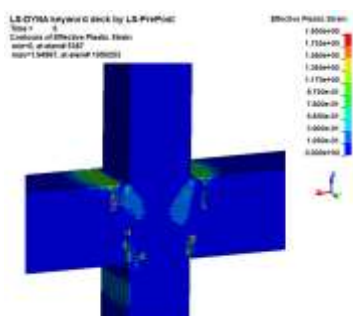


Рис. 4 – Изополя функции накопления повреждений, $t = 6,0$ с, $f = 3$ Гц

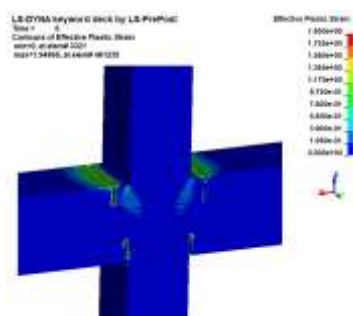


Рис. 5 – Изополя функции накопления повреждений, $t = 6,0$ с, $f = 4$ Гц

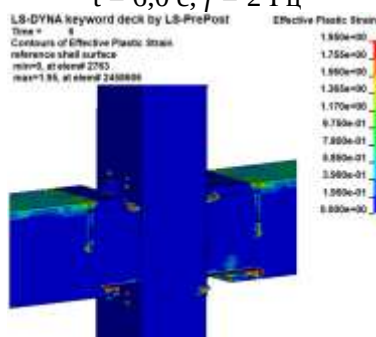


Рис. 6 – Изополя функции накопления повреждений, $t = 6,0$ с, $f = 2$ Гц

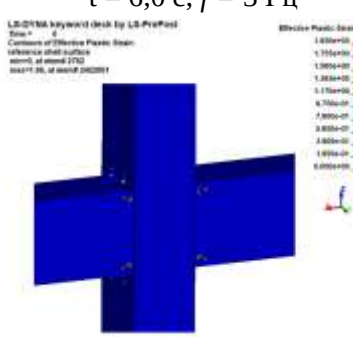


Рис. 7 – Изополя функции накопления повреждений, $t = 6,0$ с, $f = 3$ Гц

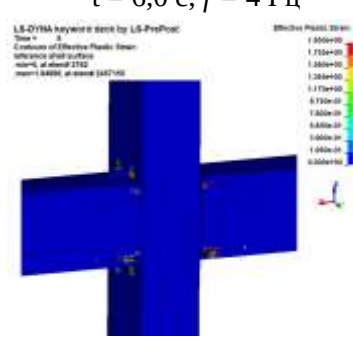


Рис. 8 – Изополя функции накопления повреждений, $t = 6,0$ с, $f = 4$ Гц

По результатам расчета объемной модели узла сопряжения без устройства сейсозащиты сделан вывод о том, что несущая способность и сейсмостойкость узла сопряжения с расчетным армированием не обеспечены. Имеет место интенсивное накопление повреждений с обширными разрушения в местах совместной работы бетона и арматуры. В момент времени $t = 6$ с образуются сквозные трещины в бетоне.

При работе узла с устройством сейсозащиты в стальных элементах развиваются пластические деформации, что положительно сказывается на работе узла при восприятии сейсмических воздействий. Наблюдается накопление повреждений в ригеле. Колонна остается малоповрежденной, что приводит к более благоприятному характеру накопления повреждений в узле и значительно повышает ремонтпригодность конструкции после землетрясения.

Результаты исследования свидетельствуют, что рассмотренное конструктивное решение узла с сопряжением, включающим устройство сейсозащиты, может быть эффективно использовано для повышения сейсмостойкости конструкций зданий и сооружений.

Работа финансировалась Министерством науки и высшего образования РФ, проект № FSWG-2023-0004 «Система территориальной сейсмической защиты критически важных объектов инфраструктуры на основе гранулированных метаматериалов, обладающих свойствами широкодиапазонных фоновых кристаллов».

ЛИТЕРАТУРА

1. Мкртычев, О.В. Сейсмостойкость узлов железобетонного рамного каркаса с повышенными диссипативными свойствами / Мкртычев О.В., Лохова Е.М. // Известия вузов. Строительство. – 2025. – №7. – С. 16 – 26.
2. Clough, R.W. Dynamics of structures / Clough R.W., Penzien. J. // Computers & Structures, Inc. USA, 2003. – 730 p.
3. Мкртычев О. В. Прочность железобетонной колонны нижнего яруса при циклических горизонтальных сдвиговых воздействиях / Мкртычев О.В., Лохова Е. М., Тагиров Т. А // Промышленное и гражданское строительство. – 2024 – № 12. – С. 26 – 31. – DOI: 10.33622/0869-7019.2024.12.26-31.
4. Wu J. Numerical Study on the Asphalt Concrete Structure for Blast and Impact Load Using the Karagozian and Case Concrete Model / Wu J., Li L., Du. X. // Advanced Asphalt Materials and Paving Technologies. – 2017. – Vol. 7. – no. 202.
5. Hallquist J.O. LS-DYNA Theory Manual // Livermore Software Technology Corporation (LSTC). – 2006. – 680 p.
6. СТО 01.01.2024 Сейсмостойкость зданий и сооружений. Расчетные положения. –М.: Научно – исследовательский институт сейсмостойкого строительства и надежности конструкций, 2024.
7. Мкртычев О. В. Реакция высотного здания на акселерограммы представительного набора / Мкртычев О. В., Тагиров Т. А., Лохова Е. М. // Промышленное и гражданское строительство. – 2025. – № 1. – С. 14–19. – DOI: 10.33622/0869-7019.2025.01.14-19.
8. Мкртычев О.В. Методика моделирования наиболее неблагоприятных акселерограмм землетрясений / Мкртычев О.В., Решетов А.А. // Промышленное и гражданское строительство. – 2013. – № 9. – С. 27 – 29.

Information about authors

Мкртычев О.В. – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Сопротивление материалов» НИУ МГСУ, директор НИЦ «Надежность и сейсмостойкость сооружений» НИУ МГСУ, +7 (499) 183-85-59 mkrtychev@yandex.ru

Лохова Е.М. – старший преподаватель кафедры «Сопротивление материалов» НИУ МГСУ, инженер НИЦ «Надежность и сейсмостойкость сооружений» НИУ МГСУ, +7 (499) 183-85-59 elm97@mail.ru

Решетов А.А.– доцент кафедры «Сопротивление материалов» НИУ МГСУ, научный сотрудник НИЦ «Надежность и сейсмостойкость сооружений» НИУ МГСУ, +7 (499) 183-85-59 andrew331@bk.ru

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ЛОКАЛИЗОВАННЫМИ ПРАВЫМИ ЧАСТЯМИ В ПРИЛОЖЕНИИ К ВОЛНОВОМУ УРАВНЕНИЮ И УРАВНЕНИЯМ МАКСВЕЛЛА

Назайкинский В.Е.

Мы распространяем конструкцию асимптотических решений уравнений с локализованными правыми частями на случай асимптотически однородных гамильтонианов, когда при $p = 0$ возникает пересечение кратностей, и применяем ее к построению асимптотических решений для уравнений Максвелла и волнового уравнения с локализованным источником в правой части.

Мы распространяем конструкцию асимптотических решений h -псевдодифференциальных уравнений с локализованными правыми частями [1] на случай асимптотически однородных гамильтонианов. В этом случае приходится использовать теорию канонического оператора Маслова на проколотых (асимптотически однородных) лагранжевых многообразиях [2, 3]. Дополнительную трудность создает тот факт, что в стандартном условии отсутствия ловушек траектории не уходят на бесконечность равномерно по импульсам, поскольку эффективный гамильтониан имеет второй порядок. Эта проблема решается переформулировкой указанного условия и подходящими заменами переменных в доказательствах. Литература по асимптотикам для задач с локализованными правыми частями (в частности, асимптотикам функции Грина) весьма обширна; некоторые ссылки можно найти в [1].

Рассмотрим модельную задачу о заряженном теле малых, но конечных размеров $\sim \delta$, которое движется по заданной траектории $x = \phi(t)$ в неоднородной диспергирующей среде, заполняющей все пространство $\mathbb{R}^3 \ni x$, с магнитной проницаемостью $\mu = 1$ и диэлектрической проницаемостью вида $\varepsilon = \varepsilon(x, \omega) = f(x)g(\omega)$ (ω – круговая частота). Предположим, что $f(x) \geq f_{\min} > 1$ и $g(\omega) = g(-\omega) \geq 1$ – гладкие функции, причём при $\omega > 0$ производная функции $\omega^2 g(\omega)$ строго положительна, а скорость движения тела удовлетворяет условию $c > \phi'(t) > cf_{\min}^{-1/2}$ (т.е. больше скорости света в среде). Механическое взаимодействие тела со средой не учитывается. Для электрического поля $\mathbf{E}$ из уравнений Максвелла и материальных соотношений стандартным образом выводится уравнение

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} f(x)g\left(-i\frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}$$

с источником в правой части, где $\mathbf{J}$ – плотность тока, создаваемая движением заряженного тела. Предположим, что $\delta \ll L$, где L – характерный масштаб расстояний, на которых рассматривается уравнение. Поставим задачу о построении асимптотических решений этого уравнения, считая $h = \delta/L$ малым параметром. Чтобы сформулировать задачу математически, перейдем к безразмерным переменным $\tilde{x} = x/L$ и $\tilde{t} = ct/L$ и предположим, что $f(x) = \tilde{f}(\tilde{x})$, $\phi(t) = L\tilde{\phi}(\tilde{t})$, $g(\omega) = \tilde{g}(\omega\delta/c)$ и

$$\mathbf{J}(x, t) = \frac{J_0}{4\pi i} V\left(\frac{x - \phi(t)}{\delta}, \frac{ct}{L}\right) = \frac{J_0}{4\pi i} V\left(\frac{\tilde{x} - \tilde{\phi}(\tilde{t})}{h}, \tilde{t}\right),$$

где J_0 – постоянная размерности плотности тока, а $\tilde{f}$, $\tilde{\phi}$, $\tilde{g}$ и V – безразмерные функции безразмерных аргументов, вместе со всеми производными равномерно ограниченные при $h \rightarrow 0$, причем функция $V(y, \tilde{t})$ финитна по y , а ее зависимость от $\tilde{t}$ учитывает изменение ориентации и релятивистское искажение формы тела в процессе движения. Введем безразмерную неизвестную функцию $\mathbf{E}(\tilde{x}, \tilde{t}) = c\mathbf{E}(x, t)/(\delta J_0)$. Обезразмерное уравнение записывается в виде h -псевдодифференциального уравнения (здесь и далее тильды всюду опускаем)

$$\mathcal{H} \equiv \hat{p} \times \hat{p} \times \mathbf{E} + f(x)g(\hat{\omega})\hat{\omega}^2 \mathbf{E} = \hat{\omega} V \left(\frac{\tilde{x} - \tilde{\phi}(\tilde{t})}{h}, \tilde{t} \right), \quad \hat{p} = -ih \frac{\partial}{\partial x}, \quad \hat{\omega} = -ih \frac{\partial}{\partial t},$$

с независимым от t матричным гамильтонианом

$$\mathcal{H}(x, t, p, \omega) = f(x)g(\omega)\omega^2 I - p^2 I + \begin{pmatrix} p_1^2 & p_1 p_2 & p_1 p_3 \\ p_1 p_2 & p_2^2 & p_2 p_3 \\ p_1 p_3 & p_2 p_3 & p_3^2 \end{pmatrix},$$

где I – единичная (3×3) -матрица, а (p, ω) – импульсы, двойственные к координатам (x, t) .

При $p \neq 0$ этот гамильтониан имеет однократное собственное значение $H_0(x, \omega) = f(x)g(\omega)\omega^2$ с собственным вектором $\xi = p$ и двукратное собственное значение

$$H_{1,2}(x, p, \omega) \equiv H(x, p, \omega) = f(x)g(\omega)\omega^2 - p^2$$

с двумерным собственным подпространством, состоящим из векторов, ортогональных ξ . Ортогональный проектор на это подпространство обозначим через $\Pi = \Pi(p)$.

Правую часть уравнения можно записать в виде $K_{\Lambda_0}^h A$, где $K_{\Lambda_0}^h$ – канонический оператор Маслова на лагранжевом многообразии

$$\Lambda_0 = \{(x, t, p, \omega) \in \mathbb{R}^8 : x = \phi(t), \omega = -\langle p, \phi'(t) \rangle\},$$

а амплитуда A в канонических координатах (p, t) на Λ_0 имеет вид

$$A(p, t) = -\langle p, \phi'(t) \rangle \tilde{V}(p, t) - ih \tilde{V}_t(p, t);$$

здесь $\tilde{V}(p, t)$ – преобразование Фурье функции $V(y, t)$ по переменным y .

При сделанных предположениях множество $L_0 = \Lambda_0 \cap \{(x, t, p, \omega) : H(x, p, \omega) = 0, p \neq 0\}$ представляет собой гладкое трехмерное многообразие, распадающееся в объединение двух компонент $L_0 = L_0^+ \cup L_0^-$, таких, что $\pm \omega > 0$ на $L_0^\pm$. Обозначим через Λ_+ объединение положительных полутраекторий системы Гамильтона, отвечающей гамильтониану $H(x, p, \omega)$, выпущенных из подмногообразия L_0^+ , а через Λ_- – объединение отрицательных полутраекторий системы Гамильтона, отвечающей гамильтониану $H(x, p, \omega)$, выпущенных из подмногообразия L_0^- .

Теорема. Множества $\Lambda_\pm$ представляют собой проколотые лагранжевы многообразия в $\mathbb{R}^8$ в смысле работ [2, 3].

Через $\mathcal{K}_\pm$ обозначим канонический оператор Маслова на этих многообразиях.

Условие (отсутствие ловушек). Проекции многообразий с краем $\bar{\Lambda}_\pm = \Lambda_\pm \cap L_0^\pm$ на пространство-время $\mathbb{R}_{(x,t)}^4$ являются собственными (т.е. прообразы компактных множеств компактны).

Теорема. При отсутствии ловушек рассматриваемое уравнение имеет асимптотическое решение $\psi(x, t, h)$, которое вне произвольно малой окрестности траектории $x = \phi(t)$ представимо в виде

$$\psi(x, t, h) = (2\pi)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{\pi i}{4}} h^{\frac{n-1}{2}} ([\mathcal{K}_+ Q_+](x, t, h) - [\mathcal{K}_- Q_-](x, t, h)) + O(h^\infty),$$

где главный член амплитуды $Q_{\pm}$ представляет собой решение уравнения переноса, отвечающего гамильтониану $H(x, p, \omega)$, с начальными условиями ПА на $L_0^{\pm}$. Это асимптотическое решение удовлетворяет принципу причинности.

В докладе будет также приведено выражение для асимптотического решения в окрестности самой траектории, а также рассмотрена аналогичная задача для волнового уравнения с пространственной дисперсией.

Доклад основан на результатах совместных работ с С.Ю. Доброхотовым и А.А. Толченниковым.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-11-00213, <https://rscf.ru/project/24-11-00213/>) в Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аникин А.Ю., Доброхотов С.Ю., Назайкинский В.Е., Руло М. Лагранжевы многообразия и конструкция асимптотик для (псевдо)дифференциальных уравнений с локализованными правыми частями. ТМФ, т. 214, вып. 1, 2023, с. 3–29.
2. Dobrokhoto S.Yu., Nazaikinskii V.E., Shafarevich A.I. Canonical operator on punctured Lagrangian manifolds. Russ. J. Math. Phys., vol. 28, no. 1, 2021, pp. 22–36.
3. Назайкинский В.Е. Канонический оператор на проколотых лагранжевых многообразиях и формула коммутации с псевдодифференциальными операторами: локальная теория. Матем. заметки, т. 112, вып. 5, 2022, с. 733–751.

Информация об авторе

Назайкинский В. Е. – Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия. E-mail nazaikinskii@yandex.ru