

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ ԱՐԱՄ ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆԻ

ԿԻՍԱԱՆՎԵՐՁ ԴԵՖԵԿՏՆԵՐԻ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ
ՀԱՄԱԿԱՐԳ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ԿՏՈՐ ԱՌ ԿՏՈՐ
ՀԱՄԱՍԵՌ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԵՐՏԱՎՈՐ
ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ
ԼԱՐՎԱԾԱԴԵՖՈՐՄԱՑԻՈՆ ՎԻՃԱԿԸ

Ա.02.04.- «Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի
հայցման ատենախոսության

ՄԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ-2021

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

ГРИГОРЯН АРАМ АРУТЮНОВИЧ

НАПРЯЖЁННОЕ СОСТОЯНИЕ РАВНОМЕРНО СЛОИСТОГО КУСОЧНО-
ОДНОРОДНОГО ПРОСТРАНСТВА С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ
ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫХ ДЕФЕКТОВ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.04- 'Механика деформируемого твердого тела'

ЕРЕВАН-2021

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝

Ֆ.մ.գ.դ. Վ.Ն.Հակոբյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

Ֆ.մ.գ.դ. Ա.Վ.Սահակյան
Ֆ.մ.գ.թ. Գ.Զ.Գևորգյան

Առաջատար կազմակերպություն

Երևանի պետական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 13 հուլիսի 2021թ. ժ.14:00 –ին Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող ԲՈԿ-ի «Մեխանիկայի»-047 մասնագիտական խորհրդում (Հասցեն՝ 0019 ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24/2, alexkhach49@yandex.ru)

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 2 հունիսի 2021 թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար, Ֆ.մ.գ.դ.



Ա.Ա.Խաչատրյան

Тема диссертации утверждена в Институте механики НАН РА

Научный руководитель:

д.ф.м.н В.Н.Акопян

Официальные оппоненты:

д.ф.м.н. А.В.Саакян

к.ф.м.н. Г.З.Геворкян

Ведущая организация:

Ереванский государственный университет

Защита состоится 13 июля 2021г. в 14⁰⁰ на заседании специализированного совета ВАК «Механика»-047, действующего в Институте механики НАН РА.

Адрес: 0019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2, alexkhach49@yandex.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 2 июня 2021г.

Ученый секретарь
специализированного совета, д.ф.м.н.



А.М.Хачатрян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Общеизвестно, что вокруг концентраторов напряжений типа трещин, штампов, частично или полностью сцепленных с матрицей деформируемых и абсолютно жёстких накладок и включений находящихся, по тем или иным причинам, в различных конструкциях и их деталях, возникают быстро изменяющиеся локальные напряжённые поля, которые могут привести к частичному или глобальному разрушению этих конструкций и деталей.

Этим и обусловлена как практическая, так и теоретическая актуальность исследований локальных и глобальных полей напряжений однородных и составных массивных тел, содержащих концентраторы напряжений, которые, в большинстве случаев, моделируются как контактные и смешанные задачи механики деформируемого твердого тела.

Цель работы. Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию напряжённо-деформированного состояния кусочно-однородного, равномерно слоистого пространства с системой периодических полубесконечных межфазных и внутренних трещин, когда на их берегах заданы напряжения или когда на одном из берегов трещин заданы напряжения, а на другом – смещения. Целью работы является при помощи сочетания методов обобщённых интегральных преобразований Фурье и Ханкеля, сингулярных интегральных уравнений и численно-аналитического метода механических квадратур построить замкнутые и эффективные решения ряда антиплоских, плоских и осесимметричных задач и изучить закономерности изменения локальных полей напряжений, возникающих у концевых точек трещин, в зависимости от геометрических и физико-механических параметров.

Научная новизна. Впервые поставлен ряд новых, актуальных антиплоских, плоских и осесимметричных смешанных задач для однородного и кусочно-однородного равномерно слоистого пространства с периодической системой межфазных или внутренних полубесконечных трещин. Построены точные решения некоторых антиплоских смешанных задач для кусочно-однородного, равномерно слоистого пространства с системой периодических полубесконечных трещин, а также для одной плоской и одной осесимметричной задач для составного пространства с межфазными полубесконечными трещинами. Построены эффективные решения ряда плоских и осесимметричных задач. Выявлены особенности изменения важных механических характеристик в зависимости от геометрических и физико-механических параметров.

Практическая ценность работы. С теоретической точки зрения, результаты, полученные в настоящей диссертационной работе, могут быть использованы для исследования новых антиплоских, плоских и осесимметричных смешанных и контактных задач, касающихся определения напряжённо-деформированного состояния массивных однородных и составных тел с концентраторами напряжений типа штампов, трещин, частично или полностью сцеплённых абсолютно жёстких включений, а также исследованию вопросов взаимовлияния этих концентраторов.

С практической точки зрения результаты, полученные в диссертационной работе, могут быть использованы при разработке методик расчёта прочности и долговечности различных инженерных конструкций и их деталей, содержащих трещины или частично оторванные от матрицы абсолютно жёсткие включения, встречающиеся в машиностроении, в авиационной технике, в судостроительстве, а также в различных областях инженерного строительства.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на

- семинарах имени Н.Х.Арутюняна Института механики НАН РА (Ереван, 2019-2021г.),
- VI-ой международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды» (Дилижан, Армения, 2019).
- XV Всероссийской школе «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» (Дивноморск, РФ, 2021)

Диссертационная работа в целом обсуждена на заседании отдела “Механика упругих и вязкоупругих тел” Института механики НАН РА и на общем семинаре Института механики НАН РА (Ереван, 2021г.).

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 5 научных статей, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, кратких выводов и списка цитируемой литературы. Общий объем работы составляет 119 страниц печатного текста и содержит 36 рисунков и 10 таблиц, а список литературы содержит 127 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цель и круг обсуждаемых в ней вопросов, дан краткий обзор работ, связанных с рассмотренными в диссертации вопросами и изложено краткое содержание диссертации.

Первая глава посвящена исследованию антиплоского напряжённого состояния кусочно-однородного, равномерно слоистого пространства с периодической системой межфазных и внутренних полубесконечных трещин.

В первом параграфе рассмотрено напряжённое состояние кусочно-однородного, равномерно слоистого пространства, изготовленного при помощи поочерёдного соединения двух разнородных слоев толщины $2h$ с модулями сдвигов соответственно G_1 , G_2 и находящегося в условиях антиплоской деформации. Полагается, что на плоскостях стыка разнородных слоев $y = 2nh$ ($n \in Z$) по бесконечным полосам $x \in (-\infty, -a) \cup (a, \infty)$ ($-\infty < z < \infty$), пространство расслаблено периодической системой туннельных параллельных трещин. Считается также, что на одних из берегов трещин, принадлежащих одной из разнородных слоёв, действуют противоположно направленные касательные напряжения интенсивности $\tau_1(x)$ с конечной результирующей T , а на другом из берегов трещин, принадлежащих второму из разнородных слоев действуют противоположно направленные касательные напряжения интенсивности $\tau_2(x)$ с той же результирующей.

Определена базовая ячейка задачи в виде двухкомпонентного слоя из двух разнородных слоёв и решение задачи сведено к решению следующего определяющего сингулярного интегрального уравнения первого рода:

$$\frac{1}{2h} \int_{-a}^a \frac{\tau(s) ds}{sh\mu(s-x)} = F_1(x) \quad (-a < x < a), \quad (1)$$

При условии

$$\int_{-a}^a \tau(s) ds = \left(\int_{-\infty}^{-a} + \int_a^{\infty} \right) \tau_j(s) ds = T \quad (j=1,2) \quad (2)$$

Здесь $\tau(x)$ – контактные напряжения, действующие в зонах стыка разнородных слоёв, а $F_1(x)$ – известная функция.

Точное решение определяющего уравнения при заданном условии имеет вид:

$$\tau(x) = -\frac{1}{2\omega_*(x)} \left\{ \frac{1}{h} \int_{-a}^a \frac{\omega_*(\xi) e^{\mu(s-x)} F_1(s) ds}{sh\mu(s-x)} - C \right\} \quad (|x| < a),$$

где C – известная постоянная.

Используя полученную формулу для коэффициентов интенсивности разрушающих напряжений, получим выражение:

$$K_{III}(\pm a) = \mp \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{2sh(2\mu a)}} \left[\frac{1}{h} \int_{-a}^a \frac{\omega_*(s) e^{\mu(s \mp a)} F_1(s) ds}{sh\mu(s \mp a)} - C \right].$$

Во втором параграфе рассмотрено напряжённое состояние кусочно-однородного, равномерно слоистого пространства с периодической системой межфазных полубесконечных туннельных трещин, когда на берегах трещин принадлежащих одному из слоёв заданы напряжения, а берега трещин, принадлежащие второму из слоёв жёстко защемлены. Задача сформулирована в виде граничной задачи для базовой ячейки, решение которой сведено к решению определяющей системы из двух сингулярных интегральных уравнений второго рода соответственно с ядром Гильберта и с ядром гиперболического косеканса относительно неизвестных контактных напряжений $\tau(x)$ и производных от смещений точек контактной зоны разнородных слоёв $W'(x)$:

$$\begin{cases} \tau(x) + \frac{G_2}{2h} \int_{-a}^a cth\mu(s-x) W'(s) ds = 0; \\ W'(x) + \frac{1}{2hG_1} \int_{-a}^a \frac{\tau(s) ds}{sh\mu(s-x)} = -f_1(x), \end{cases} \quad (-a < x < a)$$

при условиях непрерывности смещений в конечных точках трещин и равновесия верхнего или нижнего полупространств:

$$\int_{-a}^a W'(s) ds = 0; \quad \int_{-a}^a \tau(s) ds = T. \quad \left(f_1(x) = \frac{1}{2hG_1} \left(\int_{-\infty}^{-a} + \int_a^{\infty} \right) \frac{\tau_1(s) ds}{sh\mu(s-x)} \right).$$

Перейдя к новым переменным по формулам $\xi = e^{\mu s}$, $\eta = e^{\mu x}$ ($\mu = \pi / 2h$), введя обозначения

$$\tau_*(\eta) = \tau(\ln \eta / \mu) / G_1 \eta, \quad W_*(\eta) = W'(\ln \eta / \mu) / \eta;$$

$$f_*(\eta) = f_1(\ln \eta / \mu) / G_1 \eta; \quad a_* = \exp(-\mu a); \quad b_* = \exp(\mu a),$$

и продолжив функции $\tau_*(\eta)$ и первое уравнение на интервал $(-b_*, -a_*)$ нечётным образом, а функцию $W_*(\eta)$ и второе уравнение чётным образом, обозначив

$$L = (-b_*, -a_*) \cup (a_*, b_*), \quad \text{придём к системе:}$$

$$\begin{cases} \tau_*(\eta) + \frac{G}{\pi} \int_L \frac{W_*(\xi) d\xi}{\xi - \eta} = 0; \\ W_*(\eta) + \frac{1}{\pi} \int_L \frac{\tau_*(\xi) d\xi}{\xi - \eta} = f_*(|\eta|), \end{cases} \quad (x \in L)$$

при условиях

$$\int_{a_*}^{b_*} W_*(\eta) d\eta = 0; \quad \int_{a_*}^{b_*} \tau_*(\eta) d\eta = \mu T_* / G_1.$$

Замкнутое решение определяющей системы при заданных условиях имеет вид:

$$\begin{aligned} W_*(\eta) &= \frac{f_*(|\eta|)}{1+G} - \frac{\sqrt{G}}{2(1+G)} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_L \left[\frac{X(\eta)}{X(\xi)} - \frac{X(-\eta)}{X(-\xi)} \right] \frac{f_*(|\xi|) d\xi}{\xi - \eta} + \right. \\ &\quad \left. + 2i \sqrt{\frac{1+G}{G}} [c_1 \eta [X(\eta) - X(-\eta)] + c_0 [X(\eta) + X(-\eta)]] \right\}; \\ \tau_*(\eta) &= -\frac{\sqrt{G}}{2(1+G)} \left\{ \frac{\sqrt{G}}{\pi} \int_L \left[\frac{X(\eta)}{X(\xi)} + \frac{X(-\eta)}{X(-\xi)} \right] \frac{f_*(|\xi|) d\xi}{\xi - \eta} + \right. \\ &\quad \left. + 2i \sqrt{1+G} [c_1 \eta [X(\eta) + X(-\eta)] + c_0 [X(\eta) - X(-\eta)]] \right\}, \end{aligned}$$

где

$$c_1 = 0; \quad c_0 = i \left(\frac{\mu T_*}{G_1} \sqrt{\frac{1+G}{G}} + \frac{\sqrt{G}}{2\pi \sqrt{1+G}} \int_{a_*}^{b_*} d\eta \int_L \left[\frac{X(\eta)}{X(\xi)} + \frac{X(-\eta)}{X(-\xi)} \right] \frac{f_*(|\xi|) d\xi}{\xi - \eta} \right) / I_-;$$

$$X(\eta) = -\operatorname{sgn} \eta |b_* + \eta|^{-\gamma} |a_* + \eta|^{\gamma-1} |\eta - a_*|^{-\gamma} |b_* - \eta|^{\gamma-1};$$

$$\left(I_- = \int_{a_*}^{b_*} [X(\eta) - X(-\eta)] d\eta \right); \gamma = \begin{cases} 1 - \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{G}}{1-G} & G < 1 \\ \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{G}}{G-1} & G > 1 \end{cases}.$$

Для безразмерных коэффициентов разрушающих напряжений в концевых точках трещин получаются формулы:

$$K_{III} \left((-1)^j a \right) = -\frac{(-1)^j A_j G}{\sqrt{2\pi}(1+G)} \left\{ \int_L \frac{f_*(|\xi|) d\xi}{X(\xi)(\xi - a_*)} - 2(-1)^j \pi i c_0 \sqrt{\frac{1+G}{G}} \right\};$$

где A_j ($j=1,2$) — известные постоянные.

В третьем параграфе рассмотрено напряжённое состояние кусочно-однородного пространства, изготовленного из двух поочерёдно повторяющихся разнородных слоев равной толщины $2h$ из различных материалов с модулями сдвигов G_1 и G_2 , на срединных плоскостях которых $y = (2n+1)h$ ($n \in Z$) по бесконечным полосам $L_j = (-\infty, -a_j) \cup (a_j, \infty)$ ($j=1,2$) соответственно в первом и во втором из разнородных слоев, содержит периодическую систему туннельных параллельных трещин и находится в условиях антиплоской деформации. Считается, что пространство деформируется под воздействием одинаковых, противоположно направленных распределённых нагрузок $\tau_1(x)$ и $\tau_2(x)$, действующих соответственно на берегах трещин в разнородных слоях и имеющих конечные результирующие P_j ($j=1,2$). Определена базовая ячейка (Рис.1) и поставленная задача сформулирована в виде граничной задачи для нее.

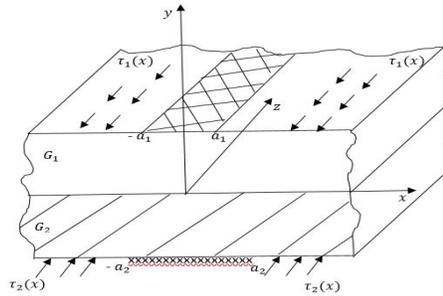


Рис.1 Базовая ячейка

Вводятся функции контактных напряжений $q_j(x)$ ($j=1,2$), действующих в зонах контакта, и решение поставленной задачи сводится к следующей определяющей системе сингулярных интегральных уравнений для определения этих функций:

$$\begin{cases} \int_{-a_2}^{a_1} \frac{G + ch(\mu(s-x))}{2h \operatorname{sh}(\mu(s-x))} q_1(s) ds - \int_{-a_2}^{a_2} \frac{ch(\mu(s-x)) - 1}{2h \operatorname{sh}(\mu(s-x))} q_2(s) ds = f_1(x) \quad (|x| < a_1) \\ \int_{-a_1}^{a_1} \frac{Gch(\mu(s-x)) - G}{2h \operatorname{sh}(\mu(s-x))} q_1(s) ds - \int_{-a_2}^{a_2} \frac{1 + Gch(\mu(s-x))}{2h \operatorname{sh}(\mu(s-x))} q_2(s) ds = f_2(x) \quad (|x| < a_2) \end{cases}$$

которую нужно рассматривать вместе с условиями равновесия полупространств $y > \pm h$:

$$\int_{-a_1}^{a_1} q_1(s) ds = \int_{-\infty}^{-a_1} \int_{a_1}^{\infty} \tau_1(s) ds = P_1; \quad \int_{-a_2}^{a_2} q_2(s) ds = \int_{-\infty}^{-a_2} \int_{a_2}^{\infty} \tau_2(s) ds = P_2.$$

Здесь $f_j(x)$ ($j = 1, 2$) — известные функции и $\mu = \pi / 2h$.

Далее, рассматриваются некоторые частные случаи, представляющие самостоятельный интерес. В частности рассмотрен случай, когда $a_1 = a_2 = a$. В этом частном случае, вводя новые неизвестные функции, удастся систему определяющих уравнений представить в виде двух независимых интегральных уравнений и написать их замкнутые решения. Получены простые формулы для определения коэффициентов интенсивности разрушающих напряжений.

В общем случае, когда a_1 и a_2 произвольные, определяющая система уравнений, при помощи замены переменных, записывается на интервале $(-1, 1)$:

$$\begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \left[\frac{1}{\xi - \eta} + K_{11}^*(\xi, \eta) \right] \varphi_1(\xi) d\xi - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 K_{12}^*(\xi, \eta) \varphi_2(\xi) d\xi = F_1^*(\eta) \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \left[\frac{1}{\xi - \eta} + K_{22}^*(\xi, \eta) \right] \varphi_2(\xi) d\xi - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 K_{21}^*(\xi, \eta) \varphi_1(\xi) d\xi = F_2^*(\eta) \end{cases} \quad (|\eta| < 1)$$

где ядра $K_{i,j}^*(x)$ — регулярные функции, а $\varphi_j(\eta) = a_j q_j(a_j \eta) / P_j$ ($j = 1, 2$).

Далее, используя представление

$$\varphi_j(\eta) = \frac{\varphi_j^*(x)}{\sqrt{1 - \eta^2}} \quad (j = 1, 2),$$

где $\varphi_j^*(\eta)$ — непрерывные функции, ограниченные вплоть до концов интервала $[-1, 1]$, строится её решение при условиях равновесия полупространств $y > \pm h$ методом механических квадратур.

Проведён численный расчёт и выявлены закономерности изменения контактных напряжений, действующих на стыке разнородных слоев и безразмерных коэффициентов интенсивности разрушающих напряжений $K_{III}^{(j)}(\pm a_j)$ ($j = 1, 2$) в концевых точках трещин в зависимости от изменения параметра $l = h / a_1$ и соотношения

модулей сдвигов разнородных слоев G , в случае, когда $a_1 / a_2 = 0.5$, $P_1 = P_2$. При этом, считается, что пространство деформируется под воздействием симметрично относительно оси Oy расположенных сосредоточенных нагрузок величины $P_1 / 2$.

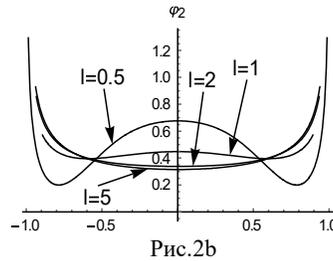
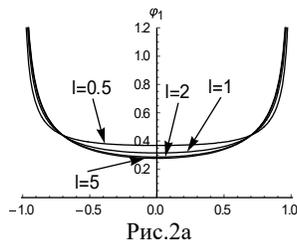
Результаты численных расчётов приведены в таблицах и на рисунках. В Таблице 1 приведены значения безразмерного коэффициента интенсивности $K_{III}^{(j)}(\pm a_j)$ ($j = 1, 2$) в зависимости от параметра l , когда второй из слоев два раза жёстче, чем первый слой, т.е. когда $G = 2$.

В частности, результаты показывают, что при увеличении высоты слоёв h при постоянном a_1 , коэффициенты интенсивности возрастают, стремясь к определённому пределу, соответствующему случаю составного пространства с двумя симметричными полубесконечными трещинами (Таблица 1).

Таблица 1 Коэффициенты интенсивности в зависимости от l

| l | 0.5 | 1 | 2 | 5 | 100 |
|--------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $K_{III}^{(1)}(\pm a_1)$ | 0.4942 | 0.5894 | 0.6344 | 0.6481 | 0.6514 |
| $K_{III}^{(2)}(\pm a_2)$ | 0.5003 | 0.6246 | 0.7286 | 0.7557 | 0.7569 |

Они показывают также, что в рассматриваемом случае, при постоянном a_1 , с увеличением l контактные напряжения на срединных плоскостях как первого, так и второго слоёв в средних частях зон контактов уменьшаются, а у концов трещин увеличиваются (Рис.2а-2б).



Выявлены также изменения коэффициентов интенсивности и контактных напряжений в зависимости от соотношения упругих характеристик.

Вторая глава посвящена исследованию плоско-деформированного состояния равномерно кусочно-однородной плоскости, полученной при помощи поочерёдного соединения двух разнородных полос, которая по линиям стыка разнородных полос расслаблена периодической системой двух полубесконечных межфазных трещин.

В первом параграфе рассмотрено плоское деформированное состояние кусочно-однородной, равномерно слоистой плоскости, изготовленной при помощи поочерёдного соединения двух разнородных полос равной толщины $2h$ из различных материалов с коэффициентами Ламэ μ_1, λ_1 и μ_2, λ_2 , на линиях соединения полос $y = 2nh$ ($n \in Z$), по бесконечным отрезкам $L = (-\infty, -a) \cup (a, \infty)$, расслаблена периодической системой параллельных полубесконечных межфазных трещин. Полагается, что плоскость деформируется под воздействием одинаковых, распределённых нагрузок $p(x)$, действующих на берегах трещин, имеющих конечные результирующие P . Определена базовая ячейка (Рис.3) и поставленная задача сформулирована в виде граничной задачи для нее.

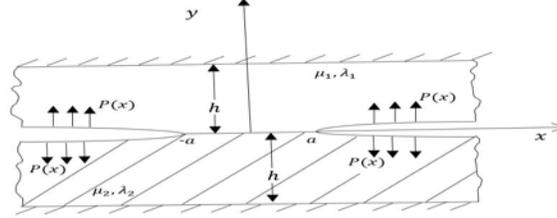


Рис.3

Далее вводятся в рассмотрение неизвестные нормальные и касательные контактные напряжения $q(x)$ и $\tau(x)$, действующие в зонах контакта разнородных полос, и решение задачи сводится к решению следующего определяющего сингулярного интегрального уравнения второго рода относительно приведённых комплексных комбинаций контактных напряжений $\varphi(\eta) = a(q(x) - i\tau(x)) / P$ на интервале $(-1, 1)$:

$$\varphi(\eta) + \frac{\alpha}{\pi i} \int_{-1}^1 \frac{\varphi(\xi) d\xi}{\xi - \eta} + \int_{-1}^1 Q_{11}^*(\xi - \eta) \varphi(\xi) d\xi + \int_{-1}^1 Q_{12}^*(\xi - \eta) \bar{\varphi}(\xi) d\xi = F_*(\eta)$$

при условии равновесия полуплоскости $y > 0$

$$\int_{-1}^1 \varphi(\xi) d\xi = 1.$$

Здесь функции $Q_{i,j}^*(x)$ ($i = 1, j = 1, 2$) и $F_*(x)$ – известные регулярные функции, а чёрточка над знаком функций, здесь и в дальнейшем, будет обозначать комплексно-сопряжённую величину этих функций.

Сначала рассматривается частный случай поставленной задачи, когда ширина полос стремится к бесконечности, т.е. рассматривается задача о плоско-деформированном состоянии составной упругой плоскости из двух разнородных полуплоскостей, содержащей симметрично расположенные две межфазные полубесконечные трещины. Заметим, что указанная задача рассматривается впервые и представляет самостоятельный интерес. В этом случае регулярные части в уравнении исчезают и решение определяющего уравнения строится в замкнутом виде. Получены простые

формулы для определения контактных напряжений, коэффициентов интенсивности разрушающих напряжений и J – интеграла Черепанова-Райса.

В общем случае, изучая поведение искомой функции в концевых точках интервала интегрирования и представляя ее в виде:

$$\varphi(\eta) = \varphi^*(\eta)(1+\eta)^{-1/2-i\gamma} (1-x)^{-1/2+i\gamma} \left(\gamma = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\mu_1 + \alpha_1 \mu_2}{\mu_2 + \alpha_2 \mu_1} \right),$$

где $\varphi^*(\eta)$ – непрерывная функция, ограниченная вплоть до концов отрезка $[-1, 1]$, решение определяющего уравнения строится методом механических квадратур.

Проведён численный расчёт и изучены закономерности изменения контактных напряжений, действующих в зонах контакта разнородных полос, и безразмерных интегралов Черепанова-Райса $J_*(\pm a) = 10^2 a J(\pm 1) / P$ в концевых точках трещин в зависимости от соотношения $\mu = \mu_1 / \mu_2$ в случае фиксированных значений коэффициентов Пуассона ν_j ($j=1, 2$), а также от изменения параметра $l = h/a$. При этом, считается, что кусочно-однородная плоскость деформируется под воздействием симметрично относительно оси Oy расположенных сосредоточенных нагрузок величины $P/2$ в случае, когда $P/a\mu_2 = 0.1$.

Часть результатов численных расчётов приведена на Рис. 4а- 4б и на Рис. 5. На Рис.4а-4б приведены соответственно графики безразмерных нормальных и касательных контактных напряжений в зависимости от параметра μ в случае, когда $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.25$, $b = 2$ и $l = 1$.

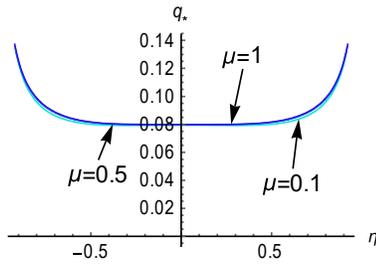


Рис. 4а

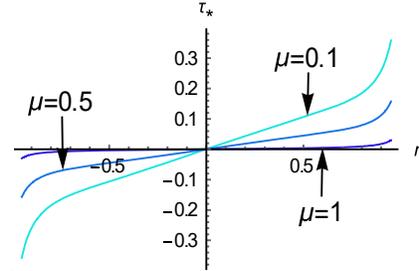


Рис.4б

Они показывают, что нормальные контактные напряжения мало зависят от параметра μ , в то время как касательные контактные напряжения при приближении параметра μ к единице стремятся к нулю.

На Рис.5 приведены графики интегралов Черепанова-Райса $J_*(a) = J_*(-a)$ в концевых точках трещин в зависимости от приведённого расстояния b приложенных сосредоточенных нагрузок от начала координат в случае, когда $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.25$, $\mu = 0.5, 2, 5$ и $l = 1$.

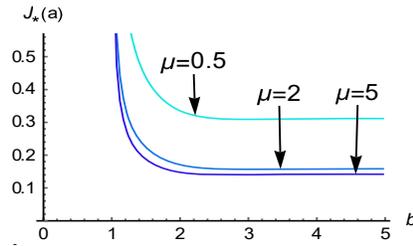


Рис. 5

Из графиков видно, что при удалении нагрузок от концевых точек трещин интеграл Черепанова-Райса сначала убывает, а затем стремится к определённому пределу. Причём, чем жёстче первая из полос, тем меньше значения интеграла Черепанова-Райса, т.е. меньше вероятность распространения трещины.

Во втором параграфе рассмотрено плоско-деформированное состояние кусочно-однородной, равномерно слоистой плоскости, полученной поочерёдным соединением двух полос равной толщины $2h$ из различных материалов, с коэффициентами Ламэ μ_1, λ_1 и μ_2, λ_2 соответственно, которая на линиях соединения полос $y = 2nh$, по бесконечным отрезкам $L = (-\infty, -a) \cup (a, \infty)$, содержит периодическую систему полубесконечных трещин, на берегах которых заданы условия смешанного типа. Будем полагать, что плоскость деформируется под воздействием одинаковых распределённых нагрузок $p(x)$ с конечной результирующей P , действующих на берегах трещин, принадлежащих одной из полос, а берега трещин, принадлежащие второй из полос, жёстко защемлены.

Здесь также определена базовая ячейка (Рис.6) периодической системы в виде двухкомпонентной полосы и поставленная задача сформулирована как граничная задача для неё.

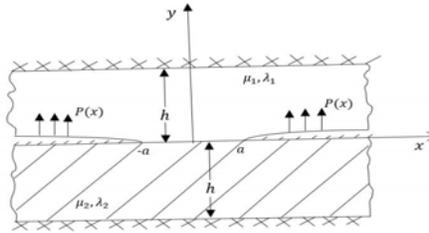


Рис. 6 Базовая ячейка

Затем введены в рассмотрение неизвестные нормальные и касательные контактные напряжения $q(x)$ и $\tau(x)$, действующие в зонах контакта разнородных полос, а также нормальные и горизонтальные составляющие $v(x)$ и $u(x)$ смещений точек контактной зоны и получена определяющая система сингулярных интегральных уравнений относительно комплексных комбинаций смещений $w(x) = u(x) + iv(x)$

и напряжений $\chi(x) = q(x) - i\tau(x)$. Далее, в случае, когда характеристическое уравнение полученной системы определяющих уравнений имеет два различных корня λ_j ($j = 1, 2$), введя безразмерные функции

$$\psi_j(\eta) = a[\chi(a\eta) + \lambda_j w'(a\eta)] / P \quad (j = 1, 2); \quad \psi_j(\eta) = \bar{\psi}_{j-2}(\eta) \quad (j = 3, 4),$$

решение задачи сводится к решению следующей системы интегральных уравнений:

$$\psi_j(\eta) + \frac{iq_j}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\psi_j(\xi)}{\xi - \eta} d\xi + \sum_{k=1}^4 \int_{-1}^1 Q_{k,j}(\xi - \eta) \psi_k(\xi) d\xi = Q_j^*(\eta) \quad (-1 < x < 1; j = 1, 4)$$

где функции $Q_{k,j}(x)$ ($i, j = 1, 2$) и $Q_j^*(x)$ – известные регулярные функции, а q_j ($j = 1, 2$) зависят от упругих характеристик материалов разнородных полос.

Полученная система рассматривается при условии равновесия верхней полуплоскости и непрерывности смещений в конечных точках зоны контакта:

$$\int_{-1}^1 \psi_j(\xi) d\xi = 1 \quad (j = 1-4).$$

Как и выше, изучая поведение искомой функции в конечных точках интервала интегрирования, решения определяющей системы представляются в виде:

$$\psi_j(\eta) = \frac{\psi_j^*(\eta)}{(\eta+1)^{\gamma_j} (1-\eta)^{1-\gamma_j}} \quad (j = 1, 2), \quad \psi_j(\eta) = \frac{\psi_j^*(\eta)}{(\eta+1)^{\bar{\gamma}_{j-2}} (1-\eta)^{1-\bar{\gamma}_{j-2}}} \quad (j = 3, 4),$$

где функции $\psi_j^*(\eta)$ ($j = 1, 4$) – ограниченные непрерывные функции на отрезке $[-1, 1]$, а γ_j ($j = 1, 2$) даются формулами:

$$\gamma_j = \ln |g_j| / 2\pi i + \theta_j / 2\pi; \quad 0 < \theta_j - \arg(g_j) < 2\pi; \quad g_j = (1 + q_j) / (1 - q_j)$$

Решение определяющей системы строится методом механических квадратур.

На основе проведённых численных расчётов изучены закономерности изменения контактных напряжений, действующих в зоне контакта разнородных полос, и безразмерных комплексных коэффициентов приведённых разрушающих напряжений в конечных точках трещин в зависимости от параметра $l = h/a$ и отношения упругих характеристик $\mu_1/\mu_2 = \mu$. При этом принято $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.25$ и считается, что плоскость деформируется под воздействием симметрично, относительно оси Oy , расположенных сосредоточенных сил $P/2$, приложенных к свободным берегам трещин в точках $\pm x_0$, т.е. принято $ap(a\eta)/P = [\delta(\eta - b) + \delta(\eta + b)]/2$ ($b = x_0/a$).

Исследованы также закономерности изменения контактных напряжений и безразмерных комплексных коэффициентов приведённых разрушающих напряжений в конечных точках трещин в зависимости от параметра b в случае, когда

$l = 2$ и $\mu = 5$. Они показывают, что при увеличении параметра b , т.е. при удалении нагрузок, нормальные контактные напряжения в средней части контактной зоны увеличиваются. Касательные же контактные напряжения, при этом, по абсолютной величине уменьшаются, стремясь к нулю (Рис.7а-7б).

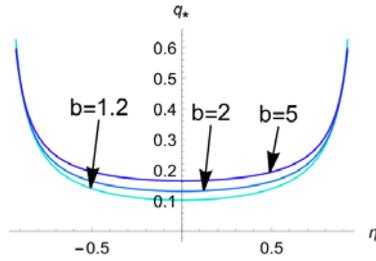


Рис.7а

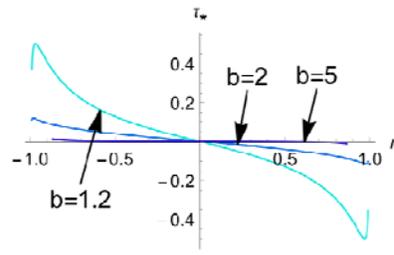


Рис.7б

В Таблице 2 приведены значения безразмерных коэффициентов интенсивности разрушающих контактных напряжений в концевых точках трещин в зависимости от параметра b в случае, когда $l = 2$, $\mu = 5$.

Таблица 2. Коэффициенты интенсивности в зависимости от b

| b | 1.2 | 1.5 | 2 | 3 | 5 | 10 |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $K_I (\pm 1)$ | 0.1794 | 0.1728 | 0.1653 | 0.1550 | 0.1488 | 0.1488 |
| $ K_{II} (\pm 1) $ | 0.0014 | 0.0101 | 0.0153 | 0.0181 | 0.0191 | 0.0191 |

Из них видно, что при увеличении b коэффициент интенсивности нормального отрыва уменьшается, а абсолютная величина коэффициента интенсивности поперечного сдвига возрастает, стремясь к определенным пределам.

Третья глава диссертационной работы посвящена исследованию осесимметричного напряжённого состояния однородного и кусочно-однородного, равномерно слоистого пространства, расслабленного периодической системой полубесконечных кольцеобразных параллельных трещин.

В первом параграфе рассмотрено осесимметричное напряжённое состояние однородного упругого пространства, с коэффициентами Ламэ λ , μ , которое на плоскостях $z = 2nh$ ($n \in Z$) в областях $\{r > a; 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}$ содержит периодическую систему одинаковых круговых кольцеобразных полубесконечных параллельных трещин и деформируется при помощи осесимметричных нагрузок интенсивности $P(r)$ с конечной результирующей P_0 , действующих на берега трещин. Используя наличие плоскостей симметрии, отделена базовая ячейка в виде слоя, занимающего в

пространстве область $\Omega\{0 \leq z \leq h; 0 \leq r < \infty; 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}$, и поставленная задача сформулирована как граничная задача для этого слоя. Далее, при помощи интегрального преобразования Ханкеля, решение задачи сведено к решению следующего интегрального уравнения:

$$-a_1 \int_0^a \left\{ \int_0^\infty [1 - K_{1,1}^*(\beta)] J_0(rs) J_0(\xi s) ds \right\} \xi \sigma(\xi) d\xi = -f_1(r) - \delta,$$

при условии

$$2\pi \int_0^a r \sigma(r) dr = P_0,$$

Здесь $K_{1,1}^*(\beta)$ и $f_1(r)$ – известные регулярные функции, a_1 – известная постоянная, $\sigma(r)$ – нормальные контактные напряжения на стыке полос, δ – жёсткое смещение слоев, а P_0 – равнодействующая нагрузок, приложенных к полупространству $z > 0$.

Чтобы построить решение полученного интегрального уравнения вводится функция

$$\sigma_*(t) = \frac{2}{\pi} \int_t^a \frac{\xi \sigma(\xi) d\xi}{\sqrt{\xi^2 - t^2}}$$

Продолжив её на интервал $(-a, 0)$ чётным образом, при помощи оператора вращения решение задачи сведено к решению интегрального уравнения фредгольмского типа. Затем, перейдя к новым переменным, полученное интегральное уравнение записано на интервале $(-1, 1)$ в следующем виде:

$$\Lambda(\eta) + \int_{-1}^1 Q(\xi, \eta) \Lambda(\xi) d\xi = \varphi_1(\eta) + \delta_*, \quad (-1 < \eta < 1),$$

Здесь введены обозначения

$$\Lambda(\eta) = a\sigma_*(a\eta) / P_0; \quad \delta_* = 2a\delta / \pi a_1 P,$$

а $\varphi_1(\eta)$ и $Q(\xi, \eta)$ – известные регулярные функции.

При этом условии равновесия верхнего полупространства принимает вид:

$$\pi \int_{-1}^1 \Lambda(\xi) d\xi = 1.$$

Функцию $\Lambda(\eta)$ записав в виде суммы двух решений: $\Lambda(\eta) = \Lambda_1(\eta) + \delta_* \Lambda_2(\eta)$, где

$\Lambda_1(\eta)$ – решение уравнений, когда правая часть равна $\varphi_1(\eta)$, а $\Lambda_2(\eta)$ – решение этого же уравнения, когда правая часть равна единице, решение определяющего уравнения построено методом механических квадратур. Получены формулы для определения безразмерного коэффициента интенсивности разрушающих напряжений на окружности $r = a$ и приведённого жёсткого смещения δ_* через указанные решения:

$$K_I^*(a) = \sqrt{a}K_I(a)/P_0 = \sqrt{\pi}\Lambda(1). \quad \delta_* = \frac{1-\pi I_1}{\pi I_2}; \quad \left(I_j = \int_{-1}^1 \Lambda_j(\eta) d\eta; \quad j=1,2 \right).$$

В частном случае, для однородного пространства с межфазной полубесконечной кольцеобразной трещиной получено точное решение задачи. Получены простые формулы для контактных напряжений, жёсткого смещения и коэффициента интенсивности:

$$\sigma(r) = \frac{P_0}{2\pi a\sqrt{a^2-r^2}}; \quad \delta = \frac{a_1 P_0}{2a}; \quad K_I(a) = \frac{P_0}{2a\sqrt{\pi a}}.$$

Во втором параграфе рассмотрено осесимметричное напряжённое состояние кусочно-однородного пространства, полученного при помощи поочерёдного соединения двух разнородных слоёв равной толщины и расслабленной системой периодических межфазных полубесконечных кольцеобразных трещин. Выделена базовая ячейка (Рис.8) и для нее сформулирована граничная задача .

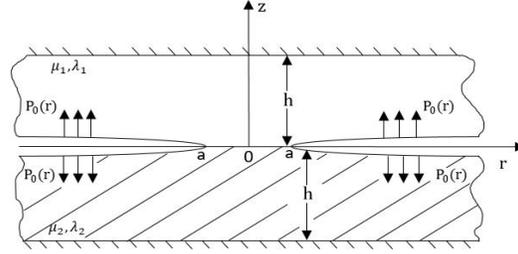


Рис.8

При помощи преобразования Ханкеля и операторов вращения решение задачи сведено к сингулярному уравнению второго рода относительно комплексной комбинации приведённых контактных напряжений:

$$\chi(\eta) + \frac{a_*}{i\pi} \int_{-1}^1 \frac{\chi(\xi)}{\xi - \eta} d\xi + \int_{-1}^1 R_1(\eta, \xi) \chi(\xi) d\xi + \int_{-1}^1 R_2(\eta, \xi) \bar{\chi}(\xi) d\xi = \delta_* - F(\eta)$$

при условии

$$\pi \int_{-1}^1 \chi(x) dx = 1.$$

Решение полученного уравнения в общем случае представлено в виде $\chi(\eta) = \delta_* \chi_1(\eta) + \chi_2(\eta)$, где $\chi_j(\eta)$ ($j=1,2$) – решения интегрального уравнения, когда его правая часть соответственно равна 1 и $-F(\eta)$. Далее функции $\chi_j(\eta)$ ($j=1,2$) записываются в виде:

$$\chi_j(\eta) = \chi_j^*(\eta) \omega(\eta) \quad (j=1,2), \quad \left(\omega(x) = (1+x)^{\beta} (1-x)^{-\beta}; \quad -1 < x < 1 \right),$$

где $\chi_j^*(\eta)$ ($j=1,2$) – непрерывные функции, ограниченные вплоть до концов отрезка $[-1,1]$, а β – известная постоянная. Решение интегрального уравнения строится методом механических квадратур. Изучены закономерности изменения модуля коэффициента интенсивности и жёсткого смещения в зависимости от геометрических и физико-механических параметров. В частности показано, что модуль комплексного коэффициента интенсивности разрушающих напряжений при увеличении параметра $\mu = \mu_1 / \mu_2$, когда остальные параметры задачи неизменны, сначала убывает, а затем возрастает, стремясь к определенному пределу (Таблица 3). При этом приведённое жёсткое смещение δ_* уменьшается, стремясь к определенному пределу (Рис.9).

Таблица 3

| μ | 0.1 | 0.5 | 1 | 5 | 50 | 100 | 120 |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $ K(a) $ | 0.3141 | 0.2984 | 0.2962 | 0.3303 | 0.3766 | 0.3807 | 0.3807 |

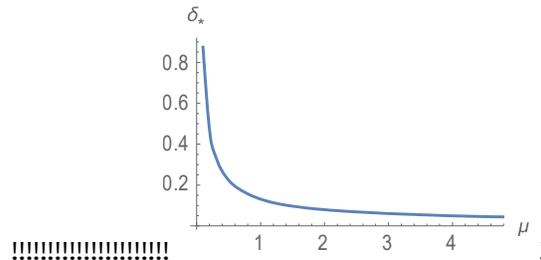


Рис.9

В частном случае для двухкомпонентного пространства с межфазной полубесконечной кольцеобразной трещиной получено точное решение задачи. Получены простые формулы для жёсткого смещения и приведённых контактных напряжений.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Основные результаты диссертационной работы заключаются в следующем:

1. Исследован класс задач о напряжённом состоянии кусочно-однородного, равномерно слоистого пространства, ослабленного периодической системой двух полубесконечных, параллельных трещин, когда на берегах трещин заданы напряжения или когда на одном из берегов трещин заданы напряжения, а на другом смещения.
2. Выведены ключевые уравнения рассмотренных задач в виде сингулярных интегральных уравнений или систем сингулярных интегральных уравнений и построены их замкнутые или эффективные решения численно-аналитическим методом механических квадратур. Изучены закономерности изменения контактных напряжений, коэффициентов разрушающих напряжений и J – интегралов Черепанова-Райса в концевых точках трещин в зависимости от изменения физических и геометрических параметров исследуемых задач.
3. Построены точные решения двух задач для равномерно кусочно-однородного пространства, находящегося в состоянии антиплоской деформации с периодической системой двух полубесконечных туннельных межфазных трещин. Получены простые формулы для определения касательных контактных напряжений, действующих на стыке разнородных слоёв и коэффициентов интенсивности разрушающих напряжений в концевых точках трещин.
4. Построено решение задачи для равномерно кусочно-однородного пространства, находящегося в состоянии антиплоской деформации с двумя полубесконечными туннельными параллельными внутренними трещинами в каждом из слоев. В случае, когда в разнородных слоях имеются одинаковые центральные туннельные трещины, построено точное решение задачи. В общем случае решение поставленной задачи построено методом механических квадратур. Получены также простые формулы для определения коэффициентов интенсивности в концевых точках трещин.
5. Численно-аналитическим методом механических квадратур построено решение плоской задачи теории упругости для равномерно кусочно-однородного пространства с периодической системой двух полубесконечных параллельных межфазных трещин. Получены простые формулы для определения комплексного коэффициента интенсивности разрушающих напряжений и J – интеграла Черепанова-Райса в концевых точках трещин.
6. Показано, что при увеличении жёсткости одной из полос, когда жёсткость второй полосы остается неизменной, значения J -интеграла уменьшаются, стремясь к определённой постоянной, соответствующей значению интеграла Черепанова-Райса в случае, когда первая из полос абсолютно жёсткая.
7. Построено решение плоской задачи теории упругости для равномерно кусочно-однородного пространства с периодической системой двух полубесконечных параллельных, симметрично расположенных межфазных трещин при смешанных условиях на их берегах. Выявлены закономерности изменения контактных напряжений и коэффициентов интенсивности разрушающих напряжений в концевых точках трещин.

8. Построено решение задачи о осесимметричном напряженном состоянии однородного пространства расслабленного периодической системой полубесконечных, круговых, кольцеобразных параллельных трещин. Получены простые формулы для определения напряжений на стыках слоёв, коэффициентов интенсивности и жёсткого смещения слоёв. В случае однородного пространства с межфазной полубесконечной кольцеобразной трещиной, получено точное решение задачи.

9. Численно-аналитическим методом механических квадратур построено решение задачи об осесимметричном напряжённом состоянии кусочно-однородного, равномерно слоистого пространства, которое на плоскостях соединения слоёв содержит периодическую систему межфазных полубесконечных, круговых, кольцеобразных параллельных трещин. В частном случае двухкомпонентного пространства с межфазной полубесконечной кольцеобразной трещиной получено точное решение задачи. В общем случае решение задачи построено методом механических квадратур. Изучены поведения модуля комплексного коэффициента интенсивности напряжений и жёсткого смещения в зависимости от геометрических и физико-механических характеристик задачи.

Список научных работ по теме диссертации

- Nakobyan V.N., Grigoryan A.H. Anti-plane stressed state uniformly! piece-homogeneous space with a periodic system of!parallel semi-infinite interfacial cracks. //Journal of Physics: Conference Series, 2020, volume 1474 <https://iopscience.iop.org/issue/1742-6596/1474/1>
- Акопян В.Н., Григорян А.А. Антиплоская деформация равномерно кусочно-однородного пространства с периодической системой полубесконечных внутренних трещин. Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион, Естественные науки, 2020г.,№2, ст. 13-20. (Спецномер журнала, посвященный 100 летию И.И.Воровича), DOI 10.18522/1026-2237-2020-2-13-20.
- Григорян А.А. Смешанная задача для равномерно кусочно-однородной плоскости с периодической системой полубесконечных межфазных трещин// Известия НАН РА, Механика, т.73, № 4, 2020г, с. 13-28 .
- Акопян В.Н., Григорян А.А. Плоско-деформированное состояние равномерно кусочно-однородной плоскости с периодической системой полубесконечных межфазных трещин // Вест. Сам. гос. тех. Ун-та., Сер. Физ.-мат. науки, т.25, № 1, 2021г, с.67-82.
- Акопян В.Н., Григорян А.А., Амирджанян А.А. Осесимметричное напряжённое состояние кусочно-однородного, слоистого пространства с периодическими межфазными полубесконечными трещинами // Известия НАН РА, Механика, т.74, № 1, 2021г, с. 15-34.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

ԿԻՄԱՆՎԵՐՁ ԴԵՖԵԿՏՆԵՐԻ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳ
ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ԿՏՈՐ ԱՌ ԿՏՈՐ ՀԱՄԱՍԵՌ ՀԱՎԱՍԱՐԱԶՍԵ
ՇԵՐՏԱՎՈՐ ԱՌԱԶԳԱԿԱՆ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ
ԼԱՐՎԱԾԱԴԵՖՈՐՄԱՑԻՈՆ ՎԻՃԱԿԸ

Հայտնի է, որ ճաքերի, դրոշմների, մասնակի կամ լրիվ ամրակցված վերադիրների և ներդրակների տիպի լարումների կենտրոնացուցիչների շրջակայքում, որոնք այս կամ այն պատճառներով առկա են տարբեր տիպի կառույցներում կամ նրանց դետալներում, առաջանում են արագ փոփոխվող լոկալ մեծ լարվածային դաշտեր, որոնք կարող են հանգեցնել տվյալ կառույցի լրիվ կամ մասնակի քայքայմանը: Դրանով է պայմանավորված լարումների կենտրոնացուցիչներ պարունակող համասեռ և բաղադրյալ մասսիվ մարմինների տեղային ու գլոբալ լարվածա-դեֆորմացիոն դաշտերի ուսումնասիրման արդիականությունը, որը շատ դեպքերում մոդելավորվում են ինչպես դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկայի կոնտակտային ու խառը խնդիրներ:

Ատենախոսության նպատակն է ընդհանրացված Ֆուրեյի և Հանկելի ինտեգրալ ձևափոխությունների, սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների և մախանիկական քառակուսացման թվային-վերլուծական մեթոդների օգնությամբ կառուցել կիսասանվերջ ճաքերի պարբերական համակարգեր պարունակող հավասարաչափ շերտավոր տարածության համար մի շարք հակահարթ, հարթ և առանցքահամաչափ խնդիրների փակ կամ արդյունավետ լուծումները ու հետազոտել ճաքերի ծայրակետերի շրջակայքում առաջացող տեղային լարվածային դաշտերի փոփոխությունները՝ կախված երկրաչափական և ֆիզիկամեխանիկական պարամետրերից:

Աշխատանքի առաջին գլխում ուսումնասիրված է երկու հավասար բարձրության տարբեր նյութերից պատրաստված շերտերի հաջորդական միացումից ստացված հավասարաչափ շերտավոր տարածության հակահարթ լարվածային վիճակը, երբ այն շերտերի միացման հարթությունների մեջ պարունակում է երկու համաչափ կիսասանվերջ թունելային ճաքերի պարբերական համակարգեր որոնց ափերին տրված են լարումներ, կամ ափերից մեկին տրված են լարումներ, իսկ մյուսին տեղափոխություններ: Խնդիրների լուծումները բերված են սինգուլյար ինտեգրալ հավասարան կամ դրանց համակարգի և կառուցվել են նրանց փակ լուծումները:

Ուսումնասիրված է նաև հավասարաչափ շերտավոր տարածության հակահարթ լարվածային վիճակը, երբ այն շերտերի միջին հարթություններում թուլացված է կիսասանվերջ թունելային ճաքերի պարբերական համակարգերով, որոնց ափերին տրված են լարումներ: Երբ տարբեր շերտերում ճաքերը նույնն են, կառուցվել է խնդրի փակ լուծումը: Տարբեր ճաքերի դեպքում խնդրի լուծումը կառուցվել է մեխանիկական քառակուսացման բանաձևերի մեթոդով:

Աշխատանքի երկրորդ գլխում ուսումնասիրված է երկու հավասար բարձրության տարբեր նյութերից պատրաստված շերտերի հաջորդական միացումից ստացված հավասարաչափ շերտավոր տարածության հարթ դեֆորմացիոն վիճակը, երբ այն շերտերի միացման գծի վրա պարունակում է երկու համաչափ կիսասանվերջ ճաքերի պարբերական համակարգեր, որոնց ափերին տրված են լարումներ, կամ ափերից մեկին տրված են լարումներ, իսկ մյուսին տեղափոխություններ: Խնդիրների լուծումները առաջին դեպքում բերվել են կոնտակտի տեղամասում գործող լարումների, իսկ երկրորդ դեպքում կոնտակտի տեղամասում գործող լարումների և այդ տեղամասի կետերի տեղափոխությունների ածանցյալների նկատմամբ սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների համակարգերի, որոնց լուծումները կառուցվել են մեխանիկական քառակուսացման բանաձևերի մեթոդի օգնությամբ: Թվային հաշվարկների միջոցով պարզվել է կոնտակտային լարումների, նրանց ուժգնության գործակիցների և Չերեպանով-Ռայսի J ինտեգրալի փոփոխման օրինաչափությունները: Ատենախոսության երրորդ գլխում ուսումնասիրված է կիսասանվերջ օղակաձև ճաքերի պարբերական համակարգով թուլացված համասեռ տարածության և միջֆազային կիսասանվերջ օղակաձև ճաքերի պարբերական համակարգով թուլացված հավասարաչափ շերտավոր կտոր առ կտոր համասեռ տարածության առանցքահամաչափ լարվածային վիճակները: Խնդիրների լուծումները պատման օպերատորների օգնությամբ բերվել են համապատասխանաբար Ֆրեդհոլմի տիպի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարման և սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումներին կոնտակտի տեղամասում գործող լարումների կերպարների նկատմամբ: Խնդիրների լուծումները ընդհանուր դեպքերում կառուցվել են մեխանիկական քառակուսացման բանաձևերի մեթոդի օգնությամբ: Թվային հաշվարկների միջոցով ուսումնասիրվել են ճաքերի ծայրակետերում լարումների ինտենսիվության կոմպլեքս գործակցի բացարձակ մեծության և շերտերի իրար նկատմամբ ունեցած կոշտ տեղափոխության փոփոխման օրինաչափությունները: Օրոշ մասնավոր դեպքերում ստացվել են փակ լուծումներ:

GRIGORYAN ARAM

STRESS STATE OF PERIODICAL PCEWISE HOMOGENEOUS
UNIFORMLY LAYERED ELASTIC SPACE WITH SEMI-INFINITE DEFECTS

SUMMARY

It is widely known that rapidly changing large local stress fields occur in the vicinity of the cracks, stamps, partially or fully attached inclusions and other types of stress concentrators, which exist in different types of constructions or their parts leading to complete or partial destruction of a structure. This determines the study of the local and global stress-strain fields of homogeneous composite bodies containing stress

concentrators, which in many cases are modeled as contact and mixed boundary value problems of deformed solid mechanics. The aim of the thesis is to use generalized Fourier and Hankel integral transformations, singular integral equations and numerical-analytical methods of mechanical quadrature to construct closed and effective solutions for antiplane, plane and axis-symmetric problems for uniformly layered space, containing the periodic systems of semi-infinite cracks, as well as to study the changes of local stress fields in the vicinity of the end-points of cracks depending on the geometric and physical-mechanical parameters.

Chapter 1 addresses the anti-plane stress state of a uniformly layered space obtained from the successive connection of layers with equal height made of two different materials, containing periodic systems of two symmetrical semi-infinite tunnel cracks with given strains on edges or given stresses on one edge and displacements on the other. The solutions of the problems are reduced to the singular integral equation or their system. The closed solutions of the systems are constructed. The anti-plane stress state of a uniformly layered space is also studied when it is weakened in the middle planes of the layers by periodic systems of semi-infinite tunnel cracks with given stresses on the edges. In case when the cracks in the different layers are the same, a closed solution is constructed. With respect to different cracks, the solution of the problem is constructed by the method of mechanical quadratures.

Chapter 2 studies the plane stress state of a uniformly layered space obtained by successive joining of layers made of two different materials with equal heights, when it contains periodic systems of two symmetrically semi-infinite cracks at the junction line with the given stresses on the edges or those on one edge and displacements on the other. The solutions of the problems are reduced to the systems of singular integral equations with respect to stresses in first case and stresses and derivatives of displacements in contact region in second case. The solutions of obtained systems are constructed by the method of mechanical quadratures. Numerical calculations revealed the patterns of change of contact stresses, their intensity factors and Cherepanov-Rice J integral.

Chapter 3 discusses the axial stress states of the homogeneous space weakened by the periodic system of semi-infinite ring-cracks and the uniformly layered piecewise homogeneous space weakened by the periodic system of interfacial semi-infinite ring-shaped cracks. With the help of rotation operators, the solutions of the problems are reduced to the Fredholm type integral equation of the second kind and singular integral equations in contact zone with respect to stress transformants, respectively. In general, the solutions of problems are constructed by the method of mechanical quadratures. Numerical calculations have been used to study the patterns of changes the absolute value of complex intensity factor of stresses at the end-points of cracks and rigid displacement of layers long each other. In some special cases the closed solutions are obtained.

