

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՊԱՊՅԱՆ ԱՐԱՐԱՏ ԱՐԹՈՒՐԻ

ԷԼԵԿՏՐԱԶԱՂՈՐԴԻՉ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ՄԱԼԵՐԻ ՏՍՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ  
ԱՐՏԱՔԻՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ՄԱԳՆԻՍՏԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Ա.02.04.- « Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա » մասնագիտությամբ  
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական  
աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ-2014

---

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

ПАПЯН АРАРАТ АРТУРОВИЧ

КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН В  
ПРИСУТСТВИИ ВНЕШНЕГО ПОСТОЯННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.02.04- «Механика  
деформируемого твердого тела»

ЕРЕВАН-2014

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝

Ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր Մ. Վ. Բելուբեկյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

ՀՀ ԳԱԱ թղթ. անդամ, ֆ.մ.գ.դ.,  
պրոֆեսոր Ս.Հ.Մարգարյան  
Ֆ.մ.գ.թ. Մ.Ա.Միկիլյան

Առաջատար կազմակերպություն

Երևանի պետական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2014թ հունիսի 13-ին ժամը 14<sup>00</sup>-ին ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող Մեխանիկայի - 047 մասնագիտական խորհրդում

(Հասցեն՝ 0019 ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24/2, avсах@mechins.sci.am)

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 08 մայիսի 2014թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար, ֆ.մ.գ.դ.



Ս.Վ.Սահակյան

Тема диссертации утверждена в Институте механики НАН РА

Научный руководитель

к.ф.м.н., профессор М. В. Белубекийн

Официальные оппоненты

чл-корр. НАН РА, д.ф.м.н.,  
профессор С.О.Саркисян  
к.ф.м.н. М.А.Микилян

Ведущая организация:

Ереванский государственный университет

Защита состоится 13-ого июня 2014г. в 14<sup>00</sup> на заседании специализированного совета Механика - 047 в Институте механики НАН РА.

Адрес: 0019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2, avсах@mechins.sci.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 8-ого мая 2014г.

Ученый секретарь  
специализированного совета д.ф.м.н.



А.В.Саакян

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Проблема взаимодействия различных полей физического происхождения находится в центре внимания исследователей механики сплошных деформируемых сред. В частности, особое место занимают вопросы механики электропроводящих оболочек и пластин, взаимодействующих с электромагнитными полями различных происхождений. Эта проблема весьма актуальна и охватывает широкий класс теоретических и практических задач, таких как, создание охлаждаемых сильноточных установок, сверхбыстрых бесконтактных поездов на магнитной подушке, устройств для магнитного подвешивания транспортных средств, взрывных генераторов импульсных магнитных полей, оболочек и пластинок различного рода измерительных аппаратов, конструктивных плазменных двигателей космических аппаратов и др.

В теории магнитоупругости особое значение придается возможности возбуждения упругих волн или колебаний бесконтактным способом, в частности при помощи электромагнитного импульса или колебания электромагнитного поля.

Значительный вклад в постановку вопросов взаимодействия механических и электромагнитных полей внесли многие ученые, в частности Аветисян А.С., Агаловян Л.А., Агаян К.Л., Амбарцумян С.А., Асанян Д.Д., Багдасарян Г.Е., Багдоев А.Г., Бардзокас Д.И., Белубекян М.В., Бурак Я.И., Гачкевич А.Р., Гольденвейзер А.Л., Григорян Э.Х., Даноян З.Н., Джилаван С.А., Казарян К.Б., Калиский С., Кудрявцев Б.А., Микилян М.А., Минасян М.М., Мовсисян Л.А., Новацкий В., Можен Ж., Саркисян В.С., Саркисян С.В., Саркисян С.О., Улитко А.Ф., и др.

Широкое применение в работах по теории магнитоупругости и магнитной гидродинамике, получила модель идеального проводника. Применение модели идеального проводника в теории магнитоупругости приводит к упрощению связанных уравнений теории магнитоупругости.

Для тонких оболочек и пластин с конечной электропроводностью, находящихся под воздействием внешнего магнитного поля С.А. Амбарцумяном, Г.Е. Багдасаряном, М.В. Белубекяном на основе анализа точных решений частных задач и асимптотического интегрирования трехмерных уравнений теорий упругости и уравнений электродинамики, была сформулирована гипотеза магнитоупругости тонких тел. Гипотеза магнитоупругости тонких тел обусловлена характером изменения электромагнитного поля и поля перемещений по толщине пластинки. Гипотеза магнитоупругости тонких тел позволила решить ряд практически важных задач колебаний, устойчивости, флаттера пластин и оболочек.

Аналогичная гипотеза магнитоупругости тонких тел, для тонкостенных пьезокерамических оболочек вращения была сформулирована В.А. Борисейко, В.Т. Гринченко, А.Ф. Улитко.

В трехмерных уравнениях электродинамики, используя гипотезу магнитоупругости тонких тел, задача магнитоупругих колебаний тонкостенных конструкций сводится к двумерной, где остаются неизвестные тангенциальные компоненты индуцированного магнитного поля на лицевых поверхностях пластинки, для определения которых необходимо решать уравнения электродинамики для внешней области. По существу задача остается пространственной.

Для конечного сведения задачи магнитоупругих колебаний к двумерным были предложены различные подходы С.А. Амбарцумяном, Г.Е. Багдасаряном и М.В. Белубекяном.

В работах Саркисяна С.О. для приведения общей трехмерной задачи магнитоупругости к двумерной, использован асимптотический метод интегрирования всех групп трехмерных уравнений магнитоупругости. Автором построена полная двумерная теория для проводящих пластин и оболочек имеющая равномерную асимптотическую точность, как во внутренней, так и во внешней области. Разработаны методы решения практически важных задач колебаний и устойчивости проводящих пластин и оболочек.

Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию задач магнитоупругих колебаний электропроводящих прямоугольных пластин во внешнем постоянном магнитном поле. Исследования проведены на основе двумерных уравнений полученных на основе гипотезы магнитоупругости тонких тел и модели идеального проводника.

**Целью диссертационной работы является:**

- исследование магнитоупругих колебаний электропроводящих прямоугольных пластин находящихся в постоянном магнитном поле,
- приведение трехмерной задачи магнитоупругих колебаний к двумерным, используя гипотезу магнитоупругости тонких тел и модель идеального проводника для определения неизвестных тангенциальных компонент индуцированного магнитного поля на лицевых поверхностях пластинки,
- изучение магнитоупругих колебаний прямоугольной пластинки при наличии начальных условий, обусловленных начальным магнитным импульсом.

**Научная новизна.**

В диссертационной работе

- Получены уравнения поперечных колебаний для мембраны, определены значения частот колебаний и коэффициент затухания. Установлены условия, при которых частота колебаний обращается в нуль.
- Получены двумерные уравнения для магнитоупругих колебаний электропроводящей прямоугольной пластинки на основе гипотезы магнитоупругости тонких тел и модели идеального проводника для определения неизвестных значений напряженности индуцированного магнитного поля на лицевых поверхностях пластинки.
- Решена задача планарных и изгибных колебаний пластинки-полосы, получены дисперсионные уравнения для определения частот колебаний.
- Решена задача магнитоупругих колебаний для прямоугольной идеально проводящей пластинки, при наличии магнитного импульса.

**Практическая ценность** работы состоит в разработке простых методов расчета характеристик колебаний электропроводящих пластинок в магнитном поле. Результаты, полученные в работе, могут найти применение в решении новых задач колебаний тонких пластин в магнитном поле.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались:

- на семинарах «Волновые процессы» Института Механики НАН РА (2011-2014г.).
- на международной конференции, посвящённой 100-летию академика НАН Армении Н.Х. Арутюняна, (2012 Цахкадзор, Армения)

- на международной школе-конференции молодых ученых, посвященной 70-летию Национальной Академии Наук Армении, (2013, Цахкадзор, Армения)

Диссертационная работа в целом обсуждена на семинаре «Волновые процессы» Института Механики НАН РА (2014г.), на семинаре отделения «Динамика деформируемых систем и связанных полей» Института Механики НАН РА (2014г.) и на общем семинаре Института механики НАН Армении (2014г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 5 научных работ, список которых приводится в конце автореферата.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 126 наименований. Общий объем работы составляет 124 страниц печатного текста, включая двадцать девять таблиц и двенадцать рисунков.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** дан краткий обзор, связанный с рассмотренными в диссертации вопросами, анализ состояния проблемы и кратко изложены основные результаты работы.

**В первой главе** приводятся основные уравнения и соотношения теории упругости и электродинамики с учетом объемных сил электромагнитного происхождения. Выводятся граничные условия на поверхности раздела двух различных сред, как для величин характеризующих электромагнитное поле, так и упругих напряжений.

Дается постановка задач магнитоупругости. Обсуждаются упрощения и приближения, применяемые в теории магнитоупругости в том числе, вопросы линеаризации, гипотезы магнитоупругости тонких тел, а также рассматривается модель идеального проводника.

**В параграфе 1 главы 2** рассматривается изотропная упругая пластинка с постоянной толщиной  $2h$  и конечной электропроводностью  $\sigma$ , которая находится во внешнем поперечном постоянном магнитном поле  $\vec{B}(0,0,B_3)$ . Пластинка в декартовой прямоугольной системе координат занимает область  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$  и  $-h \leq z \leq h$ . Магнитная проницаемость материала пластинки считается равной единице, а электромагнитное свойство среды окружающей пластинку, эквивалентным свойствам вакуума.

На основе гипотезы магнитоупругости тонких тел с допущениями гипотезы Кирхгофа трехмерная задача магнитоупругих колебаний пластинки сводится к двумерным.

Для изгибных колебаний получается следующее уравнение:

$$D\Delta\Delta w - \frac{\sigma B_3^2}{c^2} \frac{2h^3}{3} \frac{\partial(\Delta w)}{\partial t} + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Рассматривается случай, когда пластинка равномерно растянута по направлениям осей  $0x$  и  $0y$  силой  $p$ . В этом случае пренебрегая жесткостью пластинки на изгиб, для изгибных (поперечных) колебаний получим:

$$p\Delta w + \frac{\sigma B_3^2}{c^2} \frac{2h^3}{3} \frac{\partial(\Delta w)}{\partial t} - 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

Уравнение (2) представляет собой уравнение колебания мембраны в поперечном магнитном поле. В случае, когда мембрана закреплена по всем краям, решения уравнения (2) будет иметь вид:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{mn}(t) \sin(\mu_m x) \sin(\lambda_n y), \text{ где } \mu_m = \frac{\pi m}{a}, \lambda_n = \frac{\pi n}{a}, f_{mn}(t) = e^{\omega_{mn} t} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \omega_{mn}^2 + \beta_{mn} \omega_{mn} + \gamma_{mn} &= 0, \\ \omega_{mn} &= \frac{-\beta_{mn} \pm i\sqrt{4\gamma_{mn} - \beta_{mn}^2}}{2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где сделаны следующие обозначения  $\frac{h^2 \sigma B_3^2}{3 c^2 \rho} (\mu_m^2 + \lambda_n^2) = \beta_{mn}$ ,  $\frac{p(\mu_m^2 + \lambda_n^2)}{2\rho h} = \gamma_{mn}$ .

Из (4) видно, что  $0,5\sqrt{4\gamma_{mn} - \beta_{mn}^2}$  частота колебаний,  $0,5\beta_{mn}$  коэффициент затухания мембраны. Из условия, при котором частота колебаний мембраны равна нулю, будет определено значение напряженности внешнего поперечного магнитного поля:

$$B_3^4 = \frac{36\rho\sigma_0 c^4}{h^4 \sigma^2 (\mu_m^2 + \lambda_n^2)}, \text{ где } p = 2\sigma_0 h \quad (5)$$

В таблице 1 приведены значения напряженности внешнего поперечного магнитного поля для квадратной алюминиевой мембраны ( $\nu = 0,33$ ,  $\sigma = 3,2 \times 10^{17}$  1/сек,  $\rho = 2,6$  г/см<sup>3</sup>,  $\sigma_0 = 5,6 \times 10^8$  г/смсек<sup>2</sup>,  $c = 3 \times 10^{10}$  см/сек), соотношение толщины к стороне  $h/a=0,2$ , и в зависимости от числа полуволны.

Таблица 1

m	n	B [ $\frac{1}{\text{cm}^2} \frac{1}{\text{sec}^{-1}}$ ]
1	1	26919.4
2	1	21408.2
2	2	19034.9
3	1	18002.1
3	2	16859.2
3	3	15541.9

Из таблицы 1 следует, что влияние магнитного поля существенно для высоких форм колебаний.

**Во втором параграфе** рассматривается упругая изотропная пластинка постоянной толщиной  $2h$  и конечной электропроводностью  $\sigma$ , которая находится во внешнем постоянном продольном магнитном поле  $\vec{H}_0(H_{01}, H_{02}, 0)$ .

Граничные условия на свободных от нагрузок лицевых поверхностях пластинки  $z = \pm h$ , имеют вид:

$$\sigma_{xz} = 0, \quad \sigma_{yz} = 0, \quad \sigma_{zz} = 0, \quad \mu h_3 = h_3^{(e)}, \quad e_1 = e_1^{(e)}, \quad e_2 = e_2^{(e)}. \quad (6)$$

Трехмерная задача магнитоупругих колебаний прямоугольной пластинки на основе гипотезы магнитоупругости тонких тел сводится к двумерной. Для планарных и изгибных колебаний прямоугольной конечно-проводящей пластинки получаются следующие уравнения:

$$\Delta U + \theta \left( \frac{\partial U}{\partial x} \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \frac{\sigma \mu H_{02}}{cG} \left( \frac{c}{8\pi\sigma} \left( \frac{\partial}{\partial x} (h_2^+ + h_2^-) - \frac{\partial}{\partial y} (h_1^+ + h_1^-) \right) \right) \right) = \frac{\rho}{G} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2},$$

$$\Delta V + \theta \left( \frac{\partial V}{\partial y} \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\sigma \mu H_{01}}{cG} \left( \frac{c}{8\pi\sigma} \left( \frac{\partial}{\partial x} (h_2^+ + h_2^-) - \frac{\partial}{\partial y} (h_1^+ + h_1^-) \right) \right) \right) = \frac{\rho}{G} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\mu}{c} \frac{\partial f}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{4\pi\sigma}{c} \left( \varphi - \frac{\mu}{c} H_{02} \frac{\partial w}{\partial t} \right) = \frac{h_2^+ - h_2^-}{2},$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{4\pi\sigma}{c} \left( \Psi + \frac{\mu}{c} H_{01} \frac{\partial w}{\partial t} \right) = \frac{h_1^+ - h_1^-}{2},$$

$$D\Delta^2 w - \frac{2\mu\sigma}{c} \left( H_{02}\varphi - H_{01}\Psi - \frac{\mu}{c} (H_{01}^2 + H_{02}^2) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{h^2}{3} \left( \frac{\partial}{\partial x} (H_{02}F) - \frac{\partial}{\partial y} (H_{01}F) \right) \right) + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0,$$

где  $F = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} - \frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( H_{02} \frac{\partial w}{\partial x} + H_{01} \frac{\partial w}{\partial y} \right)$ ,  $\theta = \frac{1+\nu}{1-\nu}$ .

Полученные шесть уравнения (7) и (8) являются двумерными уравнениями относительно шести искоемых функций  $U$ ,  $V$ ,  $w$ ,  $\varphi$ ,  $\Psi$  и  $f$ . Однако задача остается пространственной, поскольку уравнения (7) и (8) содержат неизвестные значения  $h_1^+$ ,  $h_1^-$ ,  $h_2^+$  и  $h_2^-$  тангенциальных компонент напряженности индуцированного магнитного поля на лицевых плоскостях пластинки. Для окончательного сведения пространственной задачи магнитоупругих колебаний к двумерным были предложены различные подходы. Здесь предлагается иной подход: принимается предположение, что неизвестные значения  $h_1^+$ ,  $h_1^-$ ,  $h_2^+$  и  $h_2^-$  напряженности индуцированного магнитного поля можно определить согласно модели идеального проводника (естественно, что в этом случае эффект от влияния магнитного поля усиливается). Напряженность индуцированного магнитного поля для идеального проводника определяется в виде:

$$\vec{h} = \text{rot}(\vec{U} \times \vec{H}_0). \quad (9)$$

Согласно (9) для неизвестных значений индуцированного магнитного поля на лицевых плоскостях пластинки получим:

$$\begin{aligned}
h_1^+ + h_1^- &= 2 \frac{\partial}{\partial y} (H_{02}U - H_{01}V), & h_1^+ - h_1^- &= -2h \frac{\partial}{\partial y} \left( H_{02} \frac{\partial w}{\partial x} - H_{01} \frac{\partial w}{\partial y} \right), \\
h_2^+ + h_2^- &= 2 \frac{\partial}{\partial x} (H_{01}V - H_{02}U), & h_2^+ - h_2^- &= -2h \frac{\partial}{\partial x} \left( H_{01} \frac{\partial w}{\partial y} - H_{02} \frac{\partial w}{\partial x} \right).
\end{aligned} \tag{10}$$

Подстановка (10) в (7) и (8) для планарных и изгибных колебаний пластинки дает:

$$\begin{aligned}
\Delta U + \theta \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\mu}{4\pi G} H_{02}^2 \Delta U - \frac{\mu}{4\pi G} H_{01} H_{02} \Delta V &= \frac{\rho}{G} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \\
\Delta V + \theta \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\mu}{4\pi G} H_{01}^2 \Delta V - \frac{\mu}{4\pi G} H_{01} H_{02} \Delta U &= \frac{\rho}{G} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2},
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\mu}{c} \frac{\partial f}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{4\pi\sigma}{c} \left( \Phi - \frac{\mu}{c} H_{02} \frac{\partial w}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( H_{01} \frac{\partial w}{\partial y} - H_{02} \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{4\pi\sigma}{c} \left( \Psi + \frac{\mu}{c} H_{01} \frac{\partial w}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( H_{02} \frac{\partial w}{\partial x} - H_{01} \frac{\partial w}{\partial y} \right) = 0, \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
D\Delta^2 w - \frac{2h\mu\sigma}{c} \left( H_{02}\Phi - H_{01}\Psi - \frac{\mu}{c} (H_{01}^2 + H_{02}^2) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{h^2}{3} \left( \frac{\partial}{\partial x} (H_{02}F) - \frac{\partial}{\partial y} (H_{01}F) \right) \right) + \\
+ 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0.
\end{aligned}$$

Получены двумерные уравнения планарных и изгибных колебаний пластинки, очевидно, что уравнения планарных колебаний отделяются от уравнений изгибных колебаний.

Для изгибных колебаний рассмотрен частный случай, когда колебания не зависят от координаты  $y$ . Решения будем искать в следующем виде  $w = A \exp i(\omega t - kx)$ ,  $f = B \exp i(\omega t - kx)$ .

Откуда для частот изгибных колебаний пластинки получено следующее характеристическое уравнение:

$$\omega^3 - i\beta\omega^2 - (\Omega_0^2 + \Omega_1^2 - \Omega_2^2)\omega + i\beta(\Omega_0^2 - \Omega_2^2) = 0. \tag{13}$$

где приняты обозначения  $\frac{c^2 k^2}{4\mu\pi\sigma} = \beta$ ,  $\Omega_0^2 = \frac{Dk^4}{2\rho h}$ ,  $\Omega_1^2 = \frac{\mu k^2 H_{01}^2}{4\pi\rho}$ ,  $\Omega_2^2 = \frac{\mu k^2 (3 - h^2 k^2) H_{02}^2}{12\pi\rho}$

В случае, когда магнитное поле отсутствует ( $H_{01} = H_{02} = 0$ ) из характеристического уравнения (13) будем иметь:



$$\begin{aligned}
 (\omega^2 - \Omega_0^2)(\omega - i\beta) &= 0, \\
 \omega_1 &= i\beta, \quad \omega_2 = \Omega_0.
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Корень  $\omega_1$  соответствует коэффициенту затухания возмущенного электромагнитного поля, корень  $\omega_2$  - частоте собственных колебаний пластинки.

В таблице 2 приведены корни характеристического уравнения (13) в случае, когда вектор напряженности внешнего магнитного поля совпадает с осью  $Ox$  ( $H_{0z} = 0$ )  $H_{01} = 5 \times 10^4$  гаусс, для алюминиевой пластинки ( $2h = 0.0001 \text{ см}$  ( $kh$ ) $^{-1} = 5 \times 10^3$ ,  $2h = 0.001 \text{ см}$  ( $kh$ ) $^{-1} = 5 \times 10^2$ ).

Таблица 2

-	$\omega_1$	$\omega_2$		$\omega_3$	
Толщина пластинки	Im	Re	Im	Re	Im
$2h = 0.0001$	0.553761	-34291.4	1790.22	34291.4	1790.22
$2h = 0.001$	54.5498	-34552.2	1763.22	34552.2	1763.22

**В третьем и четвертом параграфе настоящей главы** исследуются колебания конечно-проводящей пластинки-полосы занимающей область  $|x| < \infty$ ,  $0 \leq y \leq b$  и  $|z| \leq h$  во внешнем продольном магнитном поле  $\vec{H}_0(H_{01}, 0, 0)$ .

На основе гипотезы магнитоупругости тонких тел и модели идеального проводника, задача магнитоупругих колебаний пластинки-полосы сводится к двумерным.

Решения для планарных колебаний дается в следующем виде  $U = U_0(y)e^{i(\omega t - kx)}$ ,  $V = V_0(y)e^{i(\omega t - kx)}$ . Подстановка искомых решений в уравнения планарных колебаний (11) дает:

$$\begin{aligned}
 U_0'' - k^2(1 + \theta - \eta)U_0 &= ik\theta V_0', \\
 (1 + \theta + \gamma)V_0'' - k^2(1 + \gamma - \eta)V_0 &= ik\theta U_0'.
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

где  $\gamma = \frac{\mu}{4\pi G} H_{01}^2$ ,  $\eta = \frac{\rho\omega^2}{Gk^2}$ .

Решения системы (15) запишется в виде:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= C_1 \sin(S_1 ky) + C_2 \cos(S_1 ky) + C_3 \sin(S_2 ky) + C_4 \cos(S_2 ky), \\
 V_0 &= iC_1 A_1 \cos(S_1 ky) - iC_2 A_1 \sin(S_1 ky) - iC_3 A_2 \cos(S_2 ky) + iC_4 A_2 \sin(S_2 ky),
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

где приняты обозначения  $S_1 = \sqrt{-\sqrt{\frac{(\eta\gamma + \theta(\eta - \gamma))^2 - 4\theta\eta\gamma}{4(1 + \theta + \gamma)^2}} - \left(1 - \frac{\eta(2 + \gamma) + \theta(\eta - \gamma)}{2(1 + \theta + \gamma)}\right)}$ ,

$$S_2 = \sqrt{\sqrt{\frac{(\eta\gamma + \theta(\eta - \gamma))^2 - 4\theta\eta\gamma}{4(1 + \theta + \gamma)^2}} - \left(1 - \frac{\eta(2 + \gamma) + \theta(\eta - \gamma)}{2(1 + \theta + \gamma)}\right)}.$$

Для планарных колебаний пластинки-полосы рассмотрены граничные условия, жесткого закрепления и граничные условия Навье.

Для жестко закрепленной пластинки-полосы граничные условия будут:

$$\text{при } y = 0, b \quad U_0 = 0, \quad V_0 = 0. \quad (17)$$

Удовлетворяя (16) граничным условиям (17), для определения частот планарных колебаний получим:

$$2A_1A_2(1 - \cos(S_1kb)\cos(S_2kb)) + (A_1^2 + A_2^2)\sin(S_1kb)\sin(S_2kb) = 0, \quad (18)$$

где  $A_1 = -\frac{S_1^2 + 1 + \theta - \eta}{S_1}$ ,  $A_2 = \frac{S_2^2 + 1 + \theta - \eta}{S_2}$ .

В таблице 3 и 4 представлены безразмерные значения фазовой скорости продольной и поперечной волны в зависимости от напряженности внешнего магнитного поля ( $\gamma$ ) и отношение ширины пластинки к длине волны ( $kb$ ) при  $\nu=0.3$ .

Таблица 3

-	kb=0.1	kb=0.3	kb=0.5	kb=0.7
$\gamma$	$\eta$	$\eta$	$\eta$	$\eta$
0	1719.67	195.816	73.8208	40.114
0.02	1731.62	197.093	74.2484	40.3118
0.04	1743.56	198.372	74.6781	40.5112
0.06	1755.51	199.653	75.1097	40.7123
0.08	1767.45	200.937	75.5431	40.915
0.1	1779.40	202.222	75.9784	41.1192

Таблица 4

-	kb=0.1	kb=0.3	kb=0.5	kb=0.7
$\gamma$	$\eta$	$\eta$	$\eta$	$\eta$
0	602.319	68.9848	26.3174	14.5616
0.02	602.336	69.0012	26.3329	14.576
0.04	602.352	69.0169	26.3478	14.5899
0.06	602.367	69.0321	26.3622	14.6035
0.08	602.382	69.0467	26.3761	14.6166
0.1	602.397	69.0607	26.3896	14.6293

Из таблиц 3 и 4 следует, что при увеличении напряженности магнитного поля фазовая скорость продольной волны увеличивается. Влияние магнитного поля на фазовую скорость поперечной волны незначительно.

Граничные условия Навье, запишутся в виде:

$$\text{при } y = 0, b \quad U_0 = 0, \quad \frac{\partial V_0}{\partial y} = 0. \quad (19)$$

Удовлетворяя граничным условиям, для определения частот планарных колебаний получим:

$$\sin(S_1 kb) \sin(S_2 kb) = 0. \quad (20)$$

В таблице 5 и 6 представлены безразмерные значения фазовой скорости продольной и поперечной волны при разных  $\gamma$ ,  $kb$ , и мод.

Таблица 5

-	$kb=1, n=1$	$kb=1, n=2$	$kb=3, n=1$	$kb=3, n=2$
$\gamma$	$\eta$	$\eta$	$\eta$	$\eta$
0	31.0560	115.653	5.99035	15.3900
0,02	31.2536	116.442	6.01240	15.4779
0,04	31.4516	117.233	6.03467	15.5661
0,06	31.6499	118.023	6.05716	15.6547
0,08	31.8486	118.814	6.07988	15.7436
0,1	32.0477	119.605	6.10282	15.8329

Таблица 6

-	$kb=1, n=1$	$kb=1, n=2$	$kb=3, n=1$	$kb=3, n=2$
$\gamma$	$\eta$	$\eta$	$\eta$	$\eta$
0	10.8696	40.4784	2.09662	5.38649
0,02	10.8894	40.4982	2.11651	5.40632
0,04	10.9088	40.5176	2.13617	5.4258
0,06	10.9279	40.5366	2.15561	5.44494
0,08	10.9466	40.5552	2.17482	5.46376
0,1	10.9649	40.5734	2.19382	5.48225

Из табл. 5 следует, что фазовая скорость продольной волны увеличивается с увеличением напряженности магнитного поля. Наибольшее влияние получается при  $kb = 1$  и  $n = 1$ . Табл. 7 показывает, что влияние магнитного поля на фазовую скорость поперечной волны незначительно.

**В пятом параграфе** рассматриваются изгибные колебания пластинки-полосы. Решение для изгибных колебаний пластинки-полосы будут иметь вид:

$$w = w_0 e^{y^t - ikx}, \quad f = f_0 e^{y^t - ikx}. \quad (21)$$

Подстановка искомых решений (22) в уравнения изгибных колебаний (12) дает:

$$\begin{aligned} (1 + \alpha k^2) f_0 - \alpha f_0'' &= -ik H_{01} w_0, \\ (1 + \chi) w_0^{IV} - 2k^2 \left( 1 - \frac{3\chi}{2k^2 h^2} + \frac{\chi}{2} \right) w_0'' + k^4 (1 + \Omega^2) w_0 &= -ik \frac{\mu h H_{01}}{2\pi D} f_0, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{c^2}{4\pi\sigma\mu}, \quad \chi = \frac{\mu h^3 H_{01}^2}{6\pi D}, \quad \Omega^2 = \frac{2\rho h \omega^2}{Dk^4}.$$

Из второго уравнения системы (22) исключая значения  $f_0$  и подставляя в первое для  $w_0$  получим дифференциальное уравнение, решение которого для шарнирно опертой пластинки ищем в виде  $w_0 = A_n \sin(p_n y)$ ,  $p_n = \frac{\pi n}{b}$ , откуда

$$\Omega^3 + \left(1 + \frac{p_n^2}{k^2}\right) \frac{\delta}{h} \Omega^2 + \left[ \frac{p_n^4}{k^4} (1 + \chi) + 2 \frac{p_n^2}{k^2} \left(1 - \frac{3\chi}{2k^2 h^2} + \frac{\chi}{2}\right) + 1 + \frac{3\chi}{k^2 h^2} \right] \Omega + \frac{\delta}{h} \left[ \frac{p_n^6}{k^6} (1 + \chi) + \frac{p_n^4}{k^4} \left(3 - \frac{3\chi}{k^2 h^2} + 2\chi\right) + \frac{p_n^2}{k^2} \left(3 - \frac{3\chi}{k^2 h^2} + \chi\right) + 1 \right] = 0, \quad (23)$$

где  $\delta = \frac{\sqrt{3}c^2}{4\pi\sigma a}$ ,  $\frac{1}{a} = \sqrt{\frac{\rho(1-\nu^2)}{E}}$ .

В таблице 7 приведены безразмерные величины частот изгибных колебаний идеально проводящей пластинки и конечно проводящей пластинки-полосы ( $\Omega_* = \Omega kh$ ), а в таблице 8 приведены коэффициенты затухания в зависимости от внешнего магнитного поля.

Таблица 7

-	$\Omega_*$	$\text{Im}\Omega_*, kh=0.05$		
$\chi$	-	$\delta/h=0.01$	$\delta/h=0.05$	$\delta/h=0.1$
0	0.050005	0.050005	0.050005	0.050005
0.02	0.249989	0.249989	0.249986	0.249976
0.04	0.349984	0.349983	0.349981	0.349974
0.06	0.42718	0.42718	0.427178	0.427172
0.08	0.492419	0.492419	0.492417	0.492413
0.1	0.549973	0.549973	0.549972	0.549967

Таблица 8

-	$\beta \times 10^{-4}$ коэффициент затухания ( $kh=0.05$ )		
$\chi$	$\delta/h=0.01$	$\delta/h=0.05$	$\delta/h=0.1$
0	-5	-2.5	-50
0.02	-0.199	-0.1	-1.99
0.04	-0.102	-0.5	-1.02
0.06	-0.06802	-0.34	-0.6802
0.08	-0.05107	-0.25	-0.5107
0.1	-0.04084	-0.204	-0.4084

Согласно табл. 7 значения частот колебаний для идеально проводящей и конечно проводящей пластинки-полосы не отличаются. Но в отличие от идеального проводящей пластинки-полосы для электропроводящей пластинки-полосы получаются также коэффициенты затухания. При увеличении напряженности магнитного поля частота колебаний увеличивается, а коэффициент затухания уменьшается.

Для сравнения полученных результатов, для изгибных колебаний решена аналогичная задача для изгибных колебаний пластинки-полосы на основе гипотезы магнитоупругости тонких тел и принимая равным нулю значения напряженности индуцированного магнитного поля на лицевых поверхностях пластинки. Получены безразмерные величины частот колебаний и коэффициенты затухания, которые не отличаются от выше приведенных значений.

**В третьей главе** исследуются задачи магнитоупругих колебаний с начальными условиями (в частности, когда начальные условия обусловлены начальным магнитным импульсом).

**В первом параграфе** рассматривается идеально проводящая пластинка с постоянной толщиной  $2h$ . Пластинка находится во внешнем постоянном магнитном поле  $\vec{H}_0(H_{01}, 0, 0)$ , вектор напряженности которого параллелен срединной плоскости пластинки и направлен вдоль оси  $x$ . Магнитная проницаемость пластинки и среды окружающей пластинку принимаются равными единице.

Для напряженности индуцированного магнитного поля будем иметь:

$$\vec{h} = \text{rot}(\vec{U} \times \vec{H}_0) + \vec{q}(x, y, z). \quad (24)$$

Граничные условия на лицевых поверхностях пластинки  $z = \pm h$  запишутся в следующем виде:

$$\sigma_{zz} + t_{zz} = t_{zz}^{(e)}, \quad \sigma_{zx} + t_{zx} = t_{zx}^{(e)}, \quad \sigma_{zy} + t_{zy} = t_{zy}^{(e)}, \quad h_3 = h_3^{(e)}, \quad e_1 = e_1^{(e)}. \quad (25)$$

Для планарных и изгибных колебаний пластинки получены:

$$\begin{aligned} & \frac{2Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \right) + \frac{Eh}{1-\nu} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \right) = 2\rho h \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \\ & \frac{2Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \right) + \frac{Eh}{1+\nu} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \right) + \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{h}{2\pi} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) H_{01}^2 + \frac{H_{01}}{4\pi} \int_{-h}^h \left( \frac{\partial q_y}{\partial x} - \frac{\partial q_x}{\partial y} \right) dz = 2\rho h \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}, \\ & D\Delta^2 w - \frac{H_{01}^2 h}{2\pi} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{H_{01}^2 h^3}{6\pi} \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + \\ & + \frac{H_{01}}{4\pi} \int_{-h}^h \left( \frac{\partial q_z}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \left( z \left( \frac{\partial q_y}{\partial x} - \frac{\partial q_x}{\partial y} \right) \right) \right) dz + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

**Во втором параграфе** исследуются планарные колебания пластинки в случае, когда колебания не зависят от координаты  $y$ . Тогда уравнения планарных колебаний (26) для идеально проводящей пластинки запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{2Eh}{1-\nu^2} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= 2\rho h \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \\ \frac{Eh}{1+\nu} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{h}{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} H_{01}^2 + \frac{H_{01}}{4\pi} \int_{-h}^h \frac{\partial q_y}{\partial x} dz &= 2\rho h \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (28)$$

Из системы (28) следует, что планарные продольные и поперечные волны отделяются. При этом магнитное поле не влияет на продольную волну.

Решение второго уравнения (28) запишется в следующем виде:

$$V(x,t) = f_1(x - c_0 t) + f_2(x + c_0 t) - \frac{V_1}{c_0^2} \left( \frac{1}{4\pi\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \int_0^x q_0 d\xi + C_1 x + C_2, \quad (29)$$

где  $c_0^2 = \frac{G}{\rho}$ ,  $V_1 = \left( \frac{1}{4\pi\rho} \right)^{\frac{1}{2}} H_{01}$ ,  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ,  $q_0 = \int_{-h}^h q_y dz$ ,  $f_1(x - c_0 t)$ ,  $f_2(x + c_0 t)$  произвольные функции,  $c_0^2 = c_0^2 + V_1^2$ ,  $C_1$  и  $C_2$  произвольные постоянные, которые в частности можно взять равным нулю.

Для частного случая, когда начальные условия обусловлены магнитным импульсом:

$$\text{при } t=0, \quad \frac{\partial V}{\partial t} = 0, \quad h_2 = q_y. \quad (30)$$

Удовлетворяя решение (29) начальным условиям (30) получим:

$$V(x,t) = \frac{1}{2} \frac{V_1}{c_0^2} \left( \frac{1}{4\pi\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \int_0^{x-c_0 t} q_0(\xi) d\xi + \int_0^{x+c_0 t} q_0(\xi) d\xi - 2 \int_0^x q_0(\xi) d\xi \right). \quad (31)$$

Изгибные колебания пластинки рассмотрены в **третьем параграфе**. В этом случае уравнение изгибных колебаний (27) будет:

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{H_{01}^2 h}{2\pi} + \frac{H_{01}^2 h^3}{6\pi} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{H_{01}}{4\pi} \int_{-h}^h \frac{\partial q_z}{\partial x} dz + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (32)$$

Решение уравнения (32) ищется в следующем виде:

$$w(x,t) = W(x,t) + f(x). \quad (33)$$

Для  $W(x,t)$  и  $f(x)$  получено

$$\frac{d^4 f}{dx^4} - a_1^2 \frac{d^2 f}{dx^2} = a^2 \int_{-h}^h \frac{\partial q_z}{\partial x} dz, \quad (34)$$

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} - a_1^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + b_1^2 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0, \quad (35)$$

где приняты обозначения  $\frac{3H_{01}^2 h}{6\pi D + H_{01}^2 h^3} = a_1^2$ ,  $\frac{12\rho h\pi}{6\pi D + H_{01}^2 h^3} = b_1^2$ ,  $\frac{3H_{01}^2}{2(6\pi D + H_{01}^2 h^3)} = a_2$ .

Для изгибных колебаний прямоугольной пластинки рассмотрен частный случай, когда значение  $q_z$  равно

$$q_z = q_0 \cos(\lambda_* x), \text{ где } \lambda_* = \frac{\pi}{a}. \quad (36)$$

Согласно (34) для  $f(x)$  получено

$$f(x) = C_1 e^{a_1 x} + C_2 e^{-a_1 x} - \frac{q_0 2ha_2}{\lambda_* (\lambda_*^2 + a_1^2)} \sin \lambda_* x - \frac{C_3}{a_1^2} x - \frac{C_0}{a_1^2}, \quad (37)$$

где  $C_1, C_2, C_3, C_0$  произвольные постоянные.

Решение  $W(x, t)$  будет:

$$\begin{aligned} W(x, t) = & (A_1 \operatorname{sh}(\gamma_1 x) + A_2 \operatorname{ch}(\gamma_1 x) + A_3 \sin(\gamma_2 x) \\ & + A_4 \cos(\gamma_2 x)) \left( B_1 \sin\left(\frac{\lambda^2}{b_1} t\right) + B_2 \cos\left(\frac{\lambda^2}{b_1} t\right) \right), \end{aligned} \quad (38)$$

$$\text{где } \gamma_1 = \sqrt{\frac{a_1^2 + \sqrt{4\lambda^4 + a_1^4}}{2}}, \quad \gamma_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{4\lambda^4 + a_1^4} - a_1^2}{2}}$$

Для изгибных колебаний рассматривается два типа граничных условий. В первом случаи, пластинка шарнирно оперта, во втором случаи, пластинка одной стороной жестко зашлемена, а другой свободна.

Для шарнирно опертой пластинки граничные условия запишутся в следующем виде:

$$\text{при } x=0, a \quad w=0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (39)$$

В этом случаи, частное решение  $f(x)$  будет иметь вид:

$$f(x) = -\frac{q_0 2ha_2}{\lambda_* (\lambda_*^2 + a_1^2)} \sin(\lambda_* x). \quad (40)$$

Подстановка  $w(x, t)$  в граничные условия (39) приводит к системе однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных  $A_1, A_2, A_3, A_4$ . Равенство детерминанта этих алгебраических уравнений нулю дает

$$\sin(\gamma_2 a) = 0. \quad (41)$$

Откуда согласно (41) получим:

$$\lambda_k = \sqrt[4]{\frac{\pi^2 k^2}{a^2} \left( \frac{\pi^2 k^2}{a^2} + a_1^2 \right)}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (42)$$

Общее решение  $w(x, t)$  будет иметь следующий вид:

$$w(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sin(\gamma_{2k}x) \left( B_{1k} \sin\left(\frac{\lambda_k^2}{b_1}t\right) + B_{2k} \cos\left(\frac{\lambda_k^2}{b_1}t\right) \right) - \frac{q_0 2ha_2}{\lambda_* (\lambda_*^2 + a_1^2)} \sin(\lambda_*x). \quad (43)$$

Постоянные  $B_{1k}$  и  $B_{2k}$  определяются из начальных условий, в частном случаи, когда начальные условия обусловлены начальным магнитным импульсом

$$\text{при } t=0, \quad w=0, \quad \frac{\partial w}{\partial t}=0, \quad h_3 = q_z(x, y, z) \quad (44)$$

После удовлетворения (43) начальным условиям (44) получим:

$$w(x,t) = \frac{q_0 2ha_2}{\lambda_* (\lambda_*^2 + a_1^2)} \sin(\lambda_*x) \left( \cos\left(\frac{\lambda_*^2}{b_1}t\right) - 1 \right). \quad (45)$$

Для пластинки одной стороной жестко заземленной, а другой свободной граничные условия запишутся в виде,

$$\begin{aligned} \text{при } x=0, \quad w=0, \quad \frac{\partial w}{\partial x}=0, \\ \text{при } x=a, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0, \quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}=0. \end{aligned} \quad (46)$$

В этом случае решение будет:

$$\begin{aligned} w(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{1k} \left( \text{sh}(\gamma_{1k}x) - \mathfrak{G}_k \text{ch}(\gamma_{1k}x) - \frac{\gamma_{1k}}{\gamma_{2k}} \sin(\gamma_{2k}x) + \right. \\ \left. + \mathfrak{G}_k \cos(\gamma_{2k}x) \right) \left( B_{1k} \sin\left(\frac{\lambda_k^2}{b_1}t\right) + B_{2k} \cos\left(\frac{\lambda_k^2}{b_1}t\right) \right) + f(x), \end{aligned} \quad (47)$$

$$\text{где } \mathfrak{G} = \frac{\gamma_1^2 \text{sh}(\gamma_1 a) + \gamma_1 \gamma_2 \sin(\gamma_1 a)}{\gamma_1^2 \text{ch}(\gamma_1 a) + \gamma_2^2 \cos(\gamma_2 a)},$$

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{q_0 2ha_2}{(\lambda_*^2 + a_1^2)} \left( \frac{\lambda_*^2}{a_1^3} \text{sh}((x-a)a_1) - \frac{\sin(\lambda_*x)}{\lambda_*} - \right. \\ \left. - \frac{x}{a_1^2} (\lambda_*^2 \text{ch}(a_1 a) - a_1^2) + \frac{\lambda_*^2}{a_1^3} \text{sh}(a_1 a) \right) \end{aligned} \quad (48)$$

Граничные условия (46) приводят к системе однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных  $A_1, A_2, A_3, A_4$ . Равенство детерминанта нулю дает:

$$\chi(\lambda a) \equiv a^4 a^4 + 2\lambda^4 a^4 + 2\lambda^4 a^4 \cos(\gamma_2 a) \text{ch}(\gamma_1 a) - \lambda^2 a_1^2 a^4 \sin(\gamma_2 a) \text{sh}(\gamma_1 a) = 0. \quad (49)$$

В уравнение (47)  $\lambda_k$  решение дисперсионного уравнения (49).

Представим  $f(x)$  в виде ряда:



$$f(x) = \frac{q_0 2ha_2}{\lambda_*^2 + a_1^2} \sum_{m=1}^{\infty} C_m X_m(x), \quad (50)$$

где  $C_k$  определяются следующим образом:

$$\left( \frac{q_0 2ha_2}{\lambda_*^2 + a_1^2} \right)^{-1} \int_0^a f(x) X_k(x) dx = C_k \int_0^a X_k^2(x) dx. \quad (51)$$

Удовлетворяя начальным условиям (44) для  $w(x, t)$  получим:

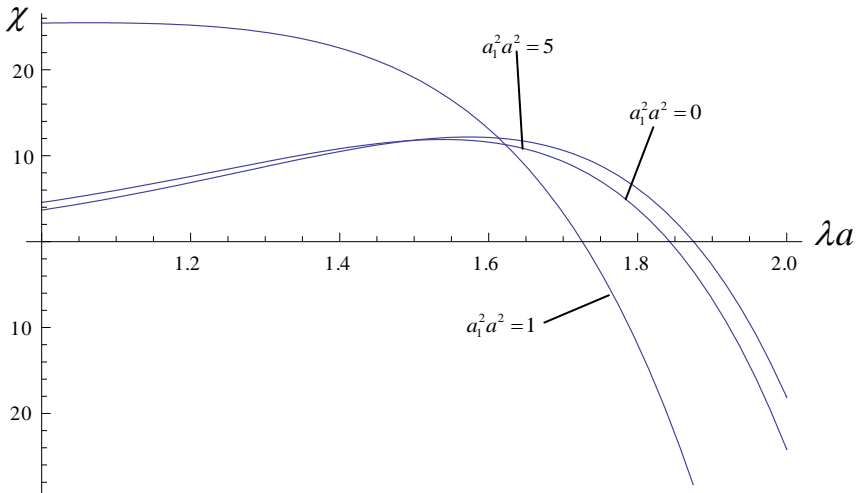
$$w(x, t) = \frac{q_0 2ha_2}{\lambda_*^2 + a_1^2} \sum_{k=1}^{\infty} C_k X_k \left( 1 - \cos \left( \frac{\lambda_k^2 t}{b_1} \right) \right). \quad (52)$$

В таблице 9 приведен первый корень дисперсионного уравнения (49) при разных величинах магнитного поля.

На рис. представлен график  $\chi(\lambda a)$  при разных значениях магнитного поля.

Таблица 9

$a_1^2 a^2$	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	5	10
$\lambda_1 a$	1,87510	1,87507	1,87478	1,87186	1,84311	1,72499	1,59574



## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Для задачи магнитоупругих колебаний прямоугольной мембраны находящейся во внешнем поперечном магнитном поле:

- получено уравнение изгибных (поперечных) колебаний,
- определены частоты колебаний и коэффициенты затухания,
- установлено, что с возрастанием напряженности магнитного поля частота колебаний уменьшается,
- установлено условие, при котором частота колебаний обращается в нуль.

На основе гипотезы магнитоупругости тонких тел и модели идеального проводника, для определения неизвестных тангенциальных компонент напряженности индуцированного магнитного поля на лицевых плоскостях пластинки, трехмерная задача магнитоупругих колебаний электропроводящей пластинки во внешнем продольном магнитном поле сводится к двумерной. Получены уравнения планарных и изгибных (поперечных) колебаний, при этом оказывается, что уравнения планарных колебаний пластинки отделяются от уравнений изгибных колебаний.

- Исследованы планарные колебания пластинки-полосы при разных граничных условиях.
- Получены дисперсионные уравнения для определения частот колебаний, для разных типов граничных условий.
- Приведены безразмерные значения фазовой скорости продольной и поперечной волн при разных величинах магнитного поля установлено, что при увеличении магнитного поля фазовая скорость продольной волны увеличивается. Влияние магнитного поля на фазовую скорость поперечной волны незначительно.
- При граничных условиях Навье наибольшее влияние получено для первой моды колебания, когда отношение ширины пластинки к длине волны равно единице.
- Получено характеристическое уравнение для определения частот изгибных колебаний пластинки-полосы.
- Показано, что величины частот колебаний для идеально проводящей пластики-полосы и конечно проводящей пластинки не отличаются. Для конечно-проводящей пластинки получены коэффициенты затухания.
- Установлено, что с увеличением внешнего магнитного поля значение частот колебаний увеличивается, а коэффициент затухания, соответствующий коэффициенту затухания электромагнитного поля в отсутствие внешнего магнитного поля, уменьшается.

Для возможности возбуждения упругих волн или колебаний бесконтактным способом решается задача колебаний идеально проводящей прямоугольной пластинки находящейся во внешнем продольном магнитном поле при наличии начального магнитного импульса:

- получены уравнения планарных и изгибных колебаний. Уравнения планарных колебаний исследованы методом Даламбера,
- для изгибных колебаний рассмотрены разные граничные условия. Для всех граничных условий получены значения прогиба пластинки с заданным начальным магнитным импульсом в постоянном внешнем магнитном поле.

## Список научных работ по теме диссертации

1. Папян А.А. К задаче колебаний пластинки в продольном магнитном поле. Актуальные проблемы механики сплошной среды: Труды международной конференции, посвящённой 100-летию академика НАН Армении Н.Х. Арутюняна. 08 – 12 октября 2012, Цахкадзор, Армения - Ереван., изд-во ЕГУАС, 2012, т.2. с.113–117.
2. Папян А.А. Колебание проводящей прямоугольной мембраны в поперечном магнитном поле. – Доклады НАН РА, изд-во "Гитутюн", Ереван 2012, т. 112, №4, с. 377-381.
3. Папян А.А. Магнитоупругие колебания проводящей пластинки–полосы в продольном магнитном поле. Механика 2013, труды международной школы-конференции молодых ученых, посвященной 70-летию Национальной Академии Наук Армении, 1-4 октября 2013, Цахкадзор, Армения.-Ер.: ЕГУАС, 2013, с. 195–199.
4. Папян А.А. Магнитоупругие колебания идеально проводящей прямоугольной пластинки в продольном магнитном поле с начальным магнитным импульсом. – Известия НАН Армении, Механика, изд.-во "Гитутюн", НАН РА, 2013, т. 66, №3, с. 69-76.
5. Belubekyan M.V. Papayan A.A. The problem of magnetoelastic vibrations of plate-strip in the presence of external longitudinal magnetic field, Proceedings of the YSU Physical and Mathematical sciences 2014, №1, p. 35-39.

## Ամփոփում

Ատենախոսությունը նվիրված է էլեկտրահաղորդիչ ուղղանկյուն սալերի տատանումների հետազոտմանը արտաքին հաստատուն մագնիսական դաշտում:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, երեք գլխից, եզրակացությունից և օգտագործված գրականության ցանկից:

Դիտարկված է արտաքին ուղղահայաց մագնիսական դաշտում գտնվող էլեկտրահաղորդիչ ուղղանկյուն մեմբրանի մագնիսաառաձգական տատանումների խնդիրը: Ստացված է մեմբրանի ծոման տատանումների հավասարումը, որոշված է տատանումների հաճախությունը և մարման գործակիցը: Ստացվել է, որ մագնիսական դաշտի մեծացման հետ տատանումների հաճախությունը նվազում է: Ստացված է հաճախության զրո դառնալու պայմանը [2]:

Բարակ մարմինների մագնիսաառաձգականության վարկածների հիման վրա երկայնական մագնիսական դաշտում գտնվող էլեկտրահաղորդիչ սալի մագնիսաառաձգական տատանումների եռաչափ խնդիրը բերվում է երկչափի: Ստացված հավասարումները պարունակում են անհայտ բաղադրիչներ սալի դիմային մակերևույթների վրա: Դրանք որոշելու համար պետք է լուծել էլեկտրոդինամիկայի հավասարումները՝ սալը շրջապատող տիրույթում: Այսպիսով, խնդիրը շարունակում է մնալ եռաչափ: Մագնիսաառաձգական տատանումների եռաչափ խնդիրը վերջնականապես երկչափի բերելու համար առաջարկվել է ինդուկցված մագնիսական դաշտի լարվածության անհայտ բաղադրիչները սալի դիմային մակերևույթների վրա որոշել, համաձայն իդեալական հաղորդչի մոդելի: Ստացվել են պլանար և ծոման տատանումների երկչափ հավասարումները: Ընդ որում պլանար տատանումների հավասարումները առանձնանում են ծոման տատանումների հավասարումներից [1]:

Բարակ մարմինների մագնիսաառաձգականության վարկածների հիման վրա, և օգտվելով իդեալական հաղորդչի մոդելից, սալի դիմային մակերևույթների անհայտ բաղադրիչները որոշելու համար, դիտարկվել է երկայնական մագնիսական դաշտում գտնվող սալ-շերտի խնդիրը: Դիտարկված են պլանար տատանումները տարբեր եզրային պայմանների դեպքում: Ստացված են դիսպերսիոն հավասարումներ տատանումների հաճախությունները որոշելու համար: Ցույց է տրված, որ մագնիսական դաշտի մեծացման հետ երկայնական ալիքի տարածման փուլային արագությունը մեծանում է: Լայնական ալիքի փուլային արագության վրա մագնիսական դաշտի ազդեցությունը զգալի չէ [3]:

Հոդակապորեն հենված էլեկտրահաղորդիչ սալ-շերտի ծոման տատանումների համար ստացվել է տատանումների հաճախությունը որոշելու համար բնութագրիչ հավասարում: Ցույց է տրված, որ իդեալական հաղորդչականությամբ ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) և վերջավոր հաղորդչականությամբ սալ-շերտի համար ստացված տատանումների հաճախությունները չեն տարբերվում: Վերջավոր հաղորդչականությամբ սալ-շերտի համար ստացվել են մարման գործակիցները: Ցույց է տրված, որ մագնիսական դաշտի մեծացման հետ տատանումների հաճախությունը մեծանում է [5]:

Անկոնտակտ մեթոդով առաձգական տատանումների կամ առաձգական ալիքների տարածման համար լուծվում է սկզբնական մագնիսական իմպուլսով իդեալական հաղորդիչ ուղղանկյուն սալի խնդիրը երկայնական մագնիսական դաշտում: Ստացված են պլանար և ծոման տատանումների հավասարումները: Պլանար տատանումների հավասարումները հետազոտվել են Դալամբերի մեթոդով: Ծոման տատանումների համար դիտարկվել են տարբեր եզրային պայմաններ: Բոլոր դեպքերում ստացվել է սալի ճկվածքի արժեքները՝ տրված սկզբնական մագնիսական իմպուլսի դեպքում [4]:

## ABSTRACT

Dissertation is dedicated to the investigation of vibrations of electroconductive rectangular plate in the constant external magnetic field.

Dissertation consists of introduction, three chapters, conclusion and the list of references.

The problem of magnetoelastic vibrations in the transverse magnetic field of electroconductive rectangular membrane is observed. The equation of bending vibrations is obtained, the frequency vibrations and damping coefficient are determined. It turned out, that by the increase of magnetic field, the frequency vibration decreases. The condition of being zero of frequency vibration is obtained [2].

Based on the hypothesis of thin bodies of magnetoelasticity in the longitudinal magnetic field, the three-dimensional problem of magnetoelastic vibrations of electroconductive plate reduces to two-dimensional. The obtained equations contain unknown components on the surface faces of plate. To determine those, electrodynamic equations must be solved in the media surrounding the plate. Thus the problem remains three-dimensional. To finally reduce the three-dimensional problem of magnetoelastic vibrations to two-dimensional, unknown components of intensity of induced magnetic field for plate face surfaces have been suggested to determine according to the perfectly conductive model. The two-dimensional equations of planar and bending vibrations are obtained. Moreover, the equations of planar vibrations separate from equation of bending vibrations [1].

Based on the hypothesis of magnetoelasticity of thin bodies, and by using from the perfectly conductive model, to determine the unknown values of face surfaces of plate, the problem of plate-strip in the longitudinal magnetic field has been observed. Planar vibrations, in the case of different boundary conditions, are observed. Dispersion vibrations are obtained to determine the vibration frequency. It is shown, that by the increase of magnetic field, the phase speed of longitudinal wave propagation increases. On the phase speed of transverse wave propagation, the effect of magnetic field is not significant [3].

For the hinge bending vibrations of electroconductive plate-strip, the frequency vibrations are obtained to determine the equation's characteristics. It is shown, that for the perfect conductivity ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) and for the finite conductivity of plate-strip, the frequency vibrations do not differ. For the finite conductivity of plate-strip damping coefficients are obtained. It is obtained, that by the increase of magnetic field the frequency vibrations increase [5].

With the contactless method for elastic vibrations and for the propagation of wave elasticity, the problem of the perfectly conductive rectangular plate is being solved with the initial magnetic impulse in the longitudinal magnetic field. The equations of planar vibrations are investigated by the method of D'Alembert. For the bending vibrations, different boundary conditions are observed. In all cases, bending values of plate are obtained given in the initial magnetic impulse [4].

