

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՄԱՀԱԿՅԱՆ ԱՐԵԳ ԱՎԵՏԻՔԻ

ԵԶՐԱՅԻՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ
ՍԱԼԵՐԻ ԾՈՄԱՆ ԵՎ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

Ա.02.04 “Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա” մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական
աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ – 2018

01.02.04 – “

-

”

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում:

Գիտական ղեկավար՝

Ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր Մ.Վ.Բելուբեկյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

Ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Կ.Բ.Ղազարյան
տ.գ.դ., պրոֆեսոր Մ.Զ.Պողոսյան

Առաջատար կազմակերպություն՝

Երևանի պետական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2018թ. հունիսի 15-ին, ժամը 14.00-ին
ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդի նիստում
(հասցեն՝ Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24/2, avсах@mechins.sci.am):

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի
գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է՝ մայիսի 11-ին 2018թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար,
Ֆիզ.մաթ.գիտ. դոկտոր

Ա.Վ.Սահակյան

: , . .
:
: , . .
. . . . , . .

15- 2018 . 14⁰⁰

047

: 0019, . , . , 24/2, avсах@mechins.sci.am.

11-ого мая 2018г.

— , ;

— , ;

— ; ,

— , ; , ,

— , ; , , ,

— , ; , .

— , ; , .

— , ; , .

— , ; , .

— : “ ”

— « »

— « -2016»

— (,2016),

— V- » (,2017),

— “ ”

— .

— .

§1.1

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} = -q(x) \tag{1}$$

$$D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}, \quad E \quad \nu -$$

, $2h$ -

P

$$\zeta = pl \quad (0.5 < p < 1),$$

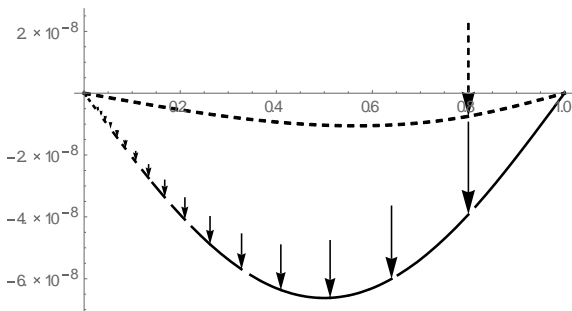
$$P_k = a^{k-1} P \quad (0 < a < 1,$$

$$\zeta_k = p^k l,$$

P

$$k=2,3,\dots),$$

$$(k=2,3,\dots)$$



. 1.1.5.

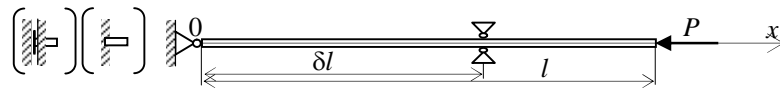
. 1.1.5

$$P_k = a^{k-1} P \quad (a=0.79, k=1, 2, \dots).$$

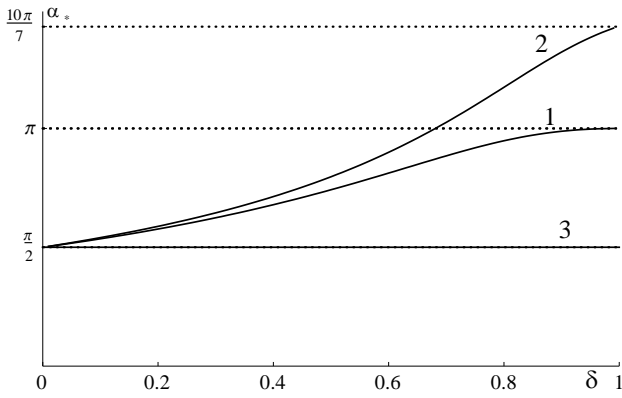
$$\zeta = 0.8l,$$

$$\zeta = 0.57l.$$

§1.2



.1.



.2

$$\alpha_* = l\sqrt{P/EJ}$$

$\delta,$

1

2 -

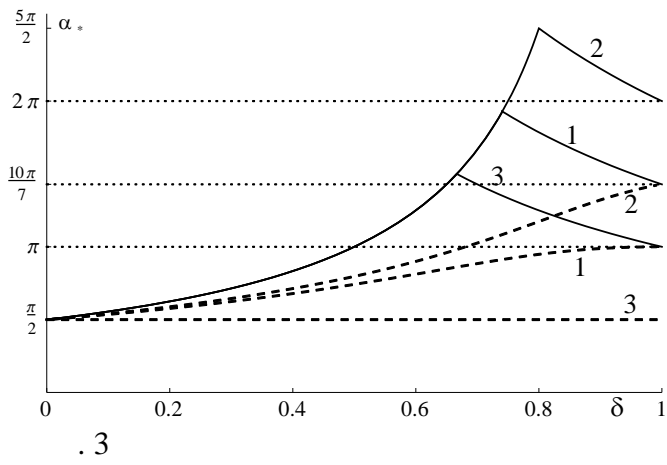
3 -

$$\alpha_* = \pi/\delta -$$

$$\alpha_* = 4.49\dots \approx \pi/0.7\delta -$$

$$\alpha_* = \pi/2\delta -$$

§1.3



.3.

.1.3.2

(),

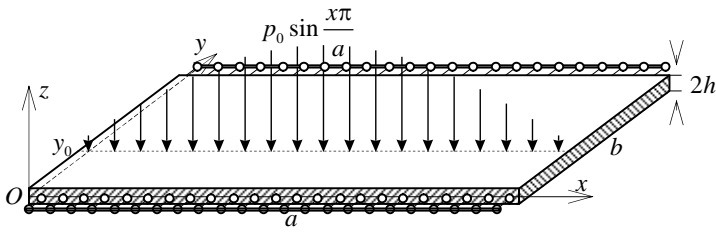
$0.74l,$

$0.8l,$

(≈ 2.12)

$2/3 l$

§2.1



$$w(x, y) \quad (4)$$

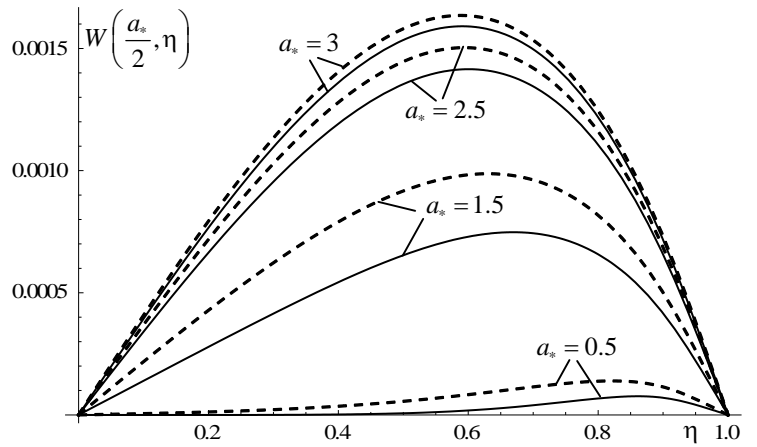
$$D\Delta^2 w = q(x, y) \quad (2)$$

Δ - Laplace operator, $q(x, y)$ - load, D - flexural rigidity.

$x = a/2$, $y = 0.9b$.

$a_* = a/b$, $y = 0.9b$.

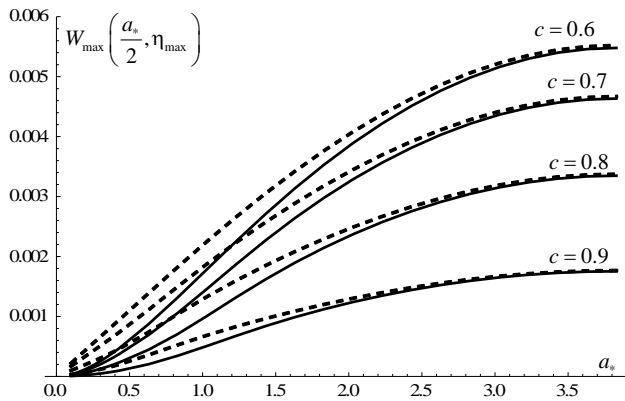
$x = 0, a$.



.5

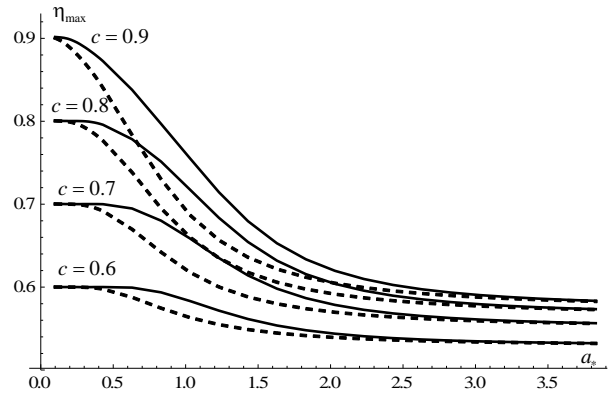
$a_*/2$,

a_*



.6

a_*



.7

η_{\max}

a_*

.6 .7

a_*

$c,$

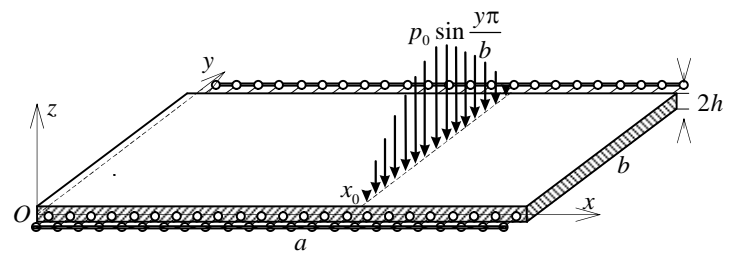
.5
 $x=0, a,$

.6 .7,

$a_* = 3.5$

a_*

§2.2



.8

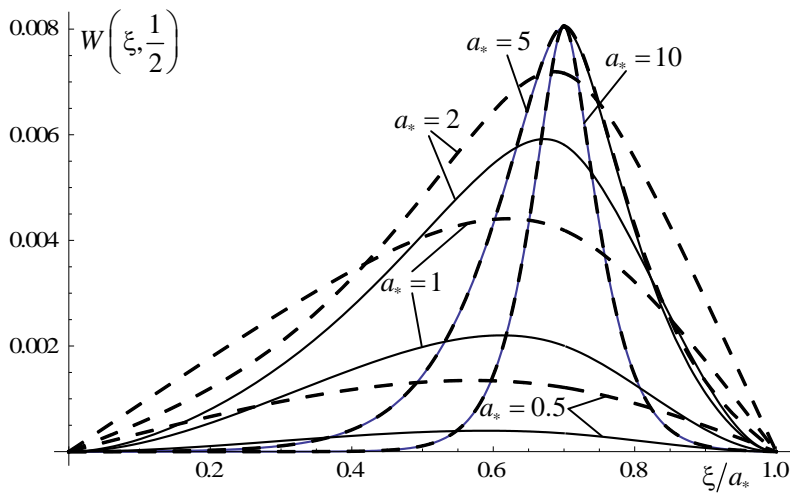
(.8).

η

$\eta = 1/2.$.9

$W(\xi, 1/2)$

$a_*, d = 0.7a_*$



.9

()

.10

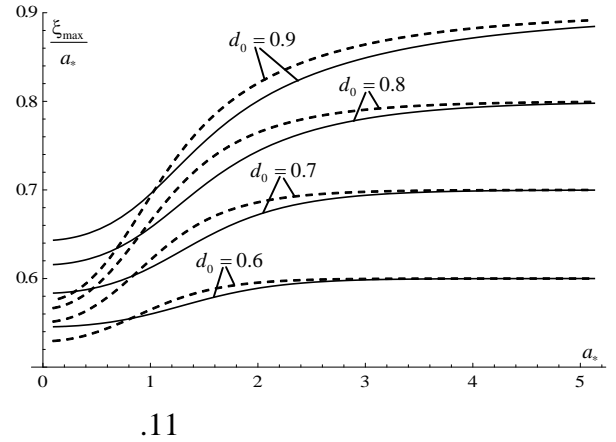
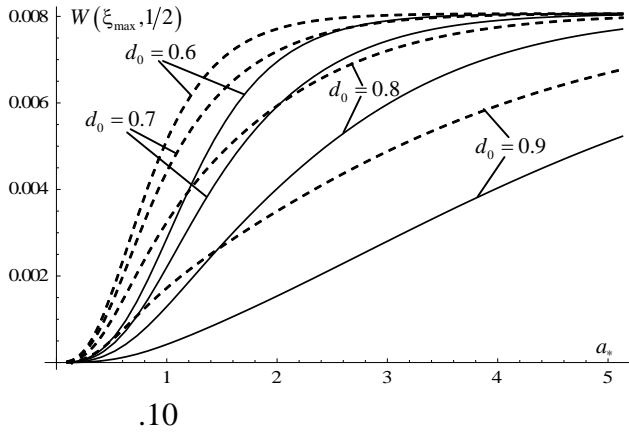
(
 $\eta = 1/2$ $a_* = 0.5, 1, 2, 5, 10$)

a_*

$$a_*$$

$$d = d_0 a_*$$

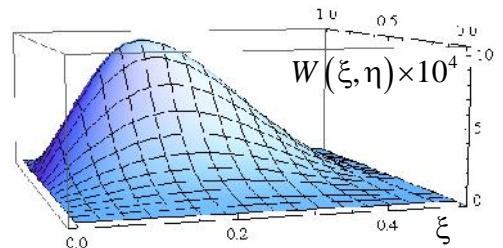
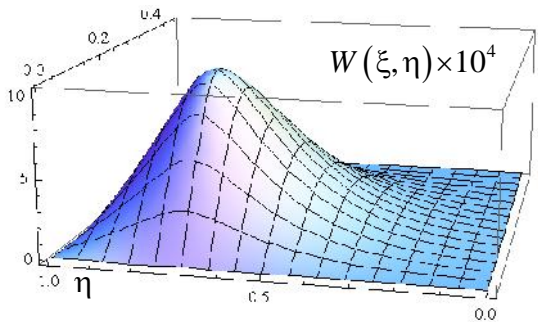
$$d_0$$



.10 a_* , , $a_* = 4$, $d_0 = 0.6$, d_0 , (. 10), (. 11).

§2.3

, $a_* = 0.5$, $\{0.25a_*, 0.7\}$,



.12

$$a_* = 0.5, d = 0.25a_*, c = 0.7$$

. 12.

1.

1

		$a_* = 0.5, d = 0.125, c = 0.7$		
$\xi = 0$	$\xi = a_*$	W_{\max}	x_{\max}	y_{\max}
		0.001325	0.18	0.689
		0.001038	0.158	0.696
		0.000587	0.184	0.698
		0.000512	0.166	0.6995

$\xi = 0,$

$\xi,$

$\xi = 0. \quad \eta$

$a_* = 0.5$

$\eta.$

§3.1

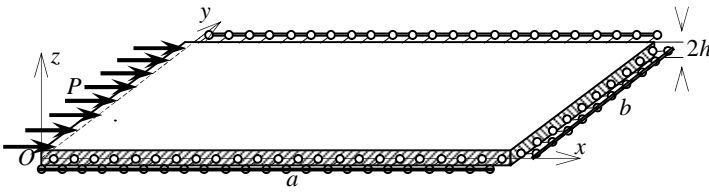
(. 13).

$$\Delta^2 w + \alpha^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad \alpha^2 = \frac{P}{D} \quad (3)$$

Δ - , $w(x, y)$ - (), P -

$$, D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)} - , E, \nu -$$

(3), (2),



. 13

, $a_* = a/b$,

$$s_2 \left[4s_1^2 - (1 + \nu)^2 \right] \text{sh } 2\pi n a_* s_1 + s_1 \left[(1 - \nu)^2 - 4s_2^2 \right] \sin 2\pi n a_* s_2 = 0 \quad (4)$$

$$s_1 = \sqrt{1 - s_2^2}, s_2 = \alpha_n / \sqrt{2},$$

, a_* , n
(4) α_n .

α_n ,

$n\alpha_n$,

a_*

$$\alpha_1 = \frac{b}{\pi} \sqrt{\frac{P}{2D}}.$$

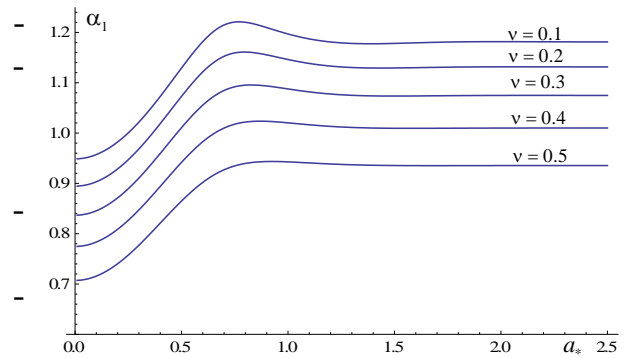
.14

α_1

a_* ,

,

. 14



.14

a_*

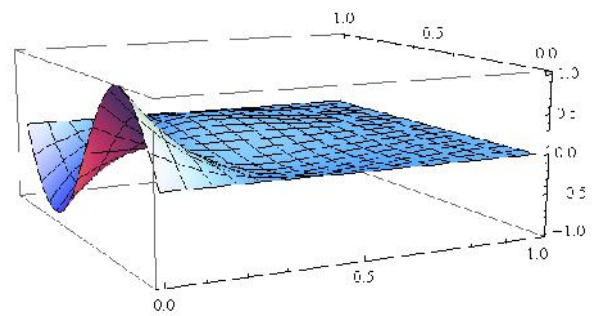
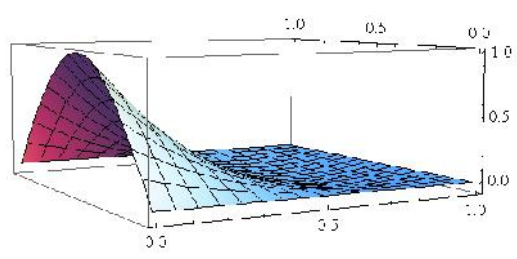
$$\alpha_\infty = \sqrt{(1-\nu)(3+\nu)/2}.$$

ν	a_*	α_1	$(\alpha_1 - \alpha_\infty)/\alpha_\infty \%$
0.0	0.75	1.28	4.22
0.1	0.77	1.22	3.37
0.2	0.8	1.16	2.61
0.3	0.83	1.09	1.94
0.4	0.87	1.02	1.35
0.5	0.92	0.94	0.86

0.25 – 0.35,

0.83.

$\nu = 0.3.$



§3.2

$$a_* \rightarrow \infty \quad a_* \rightarrow 0$$

$$a_* = a/b.$$

$$4 + (1 - \nu)^2 - 2\pi^2 n^2 a_*^2 (1 + \nu)^2 + (1 + \nu)(3 - \nu) \cos 2\pi n a_* = 0, \quad (5)$$

$na_* = \text{const},$

$n,$

$a_*.$

$a_*,$

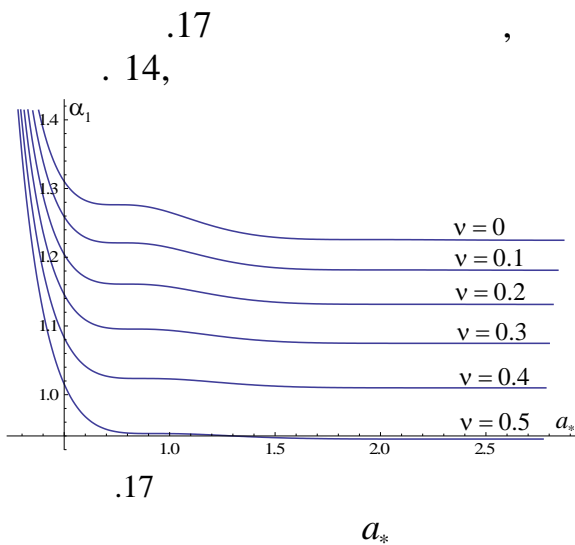
(5) $n = 1,$

$a_*,$

$\nu,$

ν	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$a_* = a/b$	0.379	0.350	0.328	0.310	0.294	0.281

$a_*,$



(a_*^0, a_*^1)

$a_*,$

α_1

0.1%.

ν	a_*^0	a_*^1	$(\alpha_1^0 - \alpha_1^1)/\alpha_1^1 \%$
0.0	0.68	0.83	0.09
0.1	0.69	0.85	0.095
0.2	0.71	0.88	0.094
0.3	0.74	0.93	0.095
0.4	0.77	0.98	0.098
0.5	0.81	1.05	0.097

0.15 0.24.

§3.3

m .

$$(3) \quad w(x, y, t)$$

$= 0$

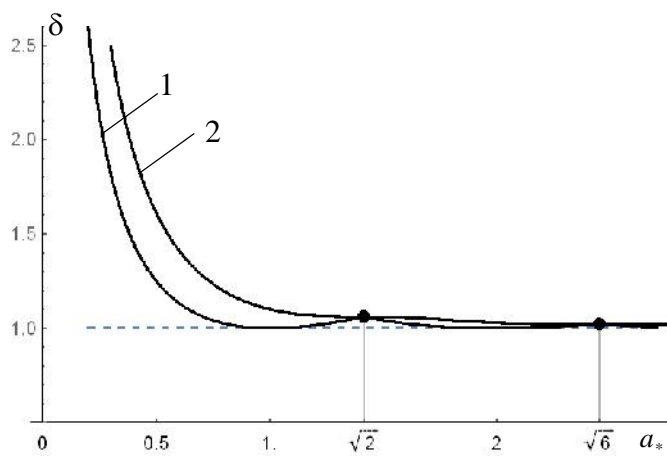
$$\frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} + (2 - \nu) \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2} \right] = -\frac{m}{D} \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} \quad (6)$$

$$\delta = \alpha_1 / \sqrt{2},$$

$= a$

. 18.



.18

: 1
 , 2 -
 $x = a$.

a_* ,

.18

0.8l,
 0.74l,
 (≈ 2.12)

0.15 0.24.

0 0.5

1. . . , 2016, .69, 2, .46-54
2. « 2016», 3-7 2016, , .43-46.
3. 2017, 3, .272-279.
4. 2017. 4, .65-74.
5. V « , 3-7 2017, , .59-60.
6. **Gevorgyan G.Z. and Sahakyan A.A.** On the dynamic instability of a rectangular plate with one free edge Journal of Physic. Conference Series. 2018, Ser. 991 012024. DOI: /10.1088/1742-6596/991/1/012024
7. 2018, 3.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ատենախոսական աշխատանքը վերաբերվում է կենտրոնացած բեռերից առաձգական ձողի և բարակ ուղղանկյուն սալի տիպի բարակապատ տարրերի ճկվածքի և սեղմող բեռից դրանց կայունության ուսումնասիրությանը:

Ստացվել են հետևյալ արդյունքները՝

- կառուցված է ավելի փոքր ինտենսիվության կենտրոնացած ուժերի համակարգ, որը հեծանի կենտրոնից դուրս կիրառված և անհամաչափ ճկվածք առաջացնող կենտրոնացած ուժի հետ միասին հեծանի ճկված առանցքը առավելապես մոտեցնում է համաչափ կորի;
- հետազոտված է հողակապի կամ օղակագոտու տիպի կետային հենարանի ազդեցությունը կենտրոնական սեղմված առաձգական ձողի կայունության կորուստի բերող կրիտիկական ուժի արժեքի վրա՝ ձողի ծայրի ամրակցման տարբեր պայմանների դեպքում: Ցույց է տրված, որ ձողի ծայրի հողակապային ամրակցման դեպքում 0.74/ կետում, իսկ կոշտ ամրակցված ծայրի դեպքում 0.8/ կետում հողակապային հենարանի փոխարեն օղակագոտու տեղադրումը բերում է կրիտիկական ուժի արժեքի ավելի քան կրկնակի (≈ 2.12) մեծացմանը;
- ստացված է երկու հանդիպակաց կողմերով ազատ հենված ուղղանկյուն սալի, որի վրա ազդում է այդ կողմերին զուգահեռ կամ ուղղահայաց հատվածներով բաշխված բեռ, մաքսիմալ ճկվածքի և դրան հասնելու կետի կախվածությունը սալի կողմերի հարաբերությունից և բեռի ազդման հատվածի դիրքից: Մյուս երկու կողմերի վրա տարբեր եզրային պայմանների համար ստացված արդյունքների համեմատությունը ցույց տվեց, որ այդ պայմանների ազդեցությունը էական է միայն երբ այդ կողմերի երկարությունը մեծ է ազատ հենված կողմերի երկարության քարոքից: Դիտարկված է նաև կենտրոնացած ուժի դեպքը;
- կառուցված են երեք կողմով ազատ հենված ուղղանկյուն սալի կայունության տեղայնացված կորուստի բերող կրիտիկական կոնսերվատիվ բեռի և սալի կողմերի հարաբերության միջև կախվածության կորերը սալի նյութի Պուասոնի գործակցի տարբեր արժեքների համար;

- գտնված է երեք կողմով ազատ հենված ուղղանկյուն սալի կողմերի հարաբերության այն արժեքների փոփոխության՝ Պուասոնի գործակցից կախված, տիրույթը, որոնք ապահովում են սալի առավելագույն կայունությունը ազատ եզրին սեղմող կոնսերվատիվ բեռի ազդեցության ժամանակ;
- երկու կողմով ազատ հենված և ազատ կողմին հանդիպակաց կոշտ ամրացված կողմով ուղղանկյուն սալի համար գտնված է կողմերի հարաբերության փոքրագույն արժեքը, երբ սեղմող կոնսերվատիվ բեռի ազդեցությունից հնարավոր է կայունության տեղայնացված կորուստ;
- ցույց է տրված, որ կողմերի հարաբերության աճի հետ կրիտիկական բեռի արժեքը բավական արագ նվազում է ձգտելով երկարացված սալերի համար սահմանային արժեքին, բայց այդ ընթացքում կա մի ինտերվալ, որտեղ կրիտիկական բեռի արժեքի փոփոխությունը չի գերազանցում տոկոսի մեկ տասնորդականը: Պուասոնի գործակցի 0-ից մինչև 0.5-ը փոփոխմանը զուգընթաց այդ ինտերվալի լայնությունը աճում է 0.15-ից մինչև 0.24:
- ցույց է տրվել, որ դինամիկ դրվածքով ուղղանկյուն սալի ազատ եզրին հավասարաչափ բաշխված սեղմող հետևող բեռի ազդեցության տակ՝ հանդիպակաց եզրի ամրակցման երկու դեպքում էլ, տեղի է ունենում կայունության կորուստ, բայց նա չի կրում տեղային բնույթ:

ABSTRACT

of the dissertation

“Influence of boundary conditions on bending and stability of rectangular plates”

A.A.Sahakyan

The dissertation is devoted to the study of the deflection of thin-walled elements such as an elastic rod and a thin rectangular plate from concentrated loads and their stability against a compressive load. The following results were obtained:

- for a concentrated force applied outside the center of the beam and causing an asymmetry in its bending, a system of concentrated forces of lower intensity is constructed which, together with the concentrated force, maximally approximates the curved axis of the beam to a symmetrical curve;
- The effect of a point support, of hinged or sliding type, on the value of the critical force causing the loss of stability of a centrally compressed elastic beam is investigated under different conditions on one of its ends. It is shown that when using sliding instead of hinged support, (at the point for a beam with hinged end, and for a beam with clamped end) more than twofold increase in the value of the critical force occurs;
- For a rectangular plate hinged on two opposite sides, under load distributed along a line parallel or perpendicular to the hinged sides, the dependence of the maximal deflection and the point of its achievement from the ratio of the sides of the rectangle and the position of the line of application of the load is investigated. A comparison of the results obtained under different boundary conditions on the other two sides showed that the effect of these conditions is significant only when the length of these sides is greater than a quarter of the length of the hinge-supported sides;
- graphs of the dependence of the critical conservative load, causing localized loss of stability of a rectangular plate hinged on three sides, are plotted against the ratio of the sides of the plate for different values of the Poisson's ratio of its material;
- the interval of variation of the ratio of the sides of a rectangular plate hinged on three sides, ensuring maximal stability of the plate under compressive conservative load acting on the free side, is found, depending on the Poisson ratio;

- for a rectangular plate hinged on two sides and rigidly clamped on the third, opposing to the free side, the minimum value of the ratio of the sides of the plate is found, after which there may be localized loss of stability from the action of a compressive conservative load;
- It is shown that with an increase in the ratio of the sides of the plate, the value of the critical force decreases quite sharply, reaching a limiting value for elongated plates, but there is an interval at which the change in the value of the critical force does not exceed a tenth of a percent. With a change in the Poisson's ratio from 0 to 0.5, the width of this interval increases from 0.15 to 0.24.
- it is shown that in the dynamic formulation of the problem, when a uniformly distributed compressive tracking load acts on the free edge, in both cases of fastening of the opposite edge of the plate, a loss of stability occurs, but it is not localized.

