

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՍԱՐԳՍՅԱՆ ԱՐՄԱՆ ՀՈՎՀԱՆՆԵՄԻ

ՃԱՔ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ԲԱՂԱԴՐՅԱԼ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ և
ԿԻՍԱՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՐ ԽԱՌՇ ԵԶՐԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ա.02.04.- «Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի
հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ-2013

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

САРГСЯН АРМАН ОГАНЕСОВИЧ

СМЕШАННЫЕ ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СОСТАВНЫХ
ПРОСТРАНСТВА И ПОЛУПРОСТРАНСТВА, СОДЕРЖАЩИХ ТРЕЩИНУ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.02.04- 'Механика
деформируемого твердого тела'

ЕРЕВАН-2013

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝

Ֆ.մ.գ.դ. Վ.Ն.Հակոբյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

Ֆ.մ.գ.դ. Կ.Լ.Աղայան

Ֆ.մ.գ.թ. Ս.Ե.Միրզոյան

Առաջատար կազմակերպություն

Հայաստանի ճարտարագիտական
պետական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 13 դեկտեմբերի 2013թ. ժ. 14.00 –ին

Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդում

(Հասցեն՝ 375019 ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24բ, avсах@mechins.sci.am)

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 11 նոյեմբերի 2013 թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, ֆ.մ.գ.դ.



Ս.Վ.Սահակյան

Тема диссертации утверждена в Институте механики НАН РА

Научный руководитель:

д.ф.м.н. В.Н.Акопян

Официальные оппоненты:

д.ф.м.н. К.Л.Агаян

к.ф.-м.н. С.Е.Мирзоян

Ведущая организация:

Государственный инженерный
университет Армении.

Защита состоится 13 декабря 2013г. в 14⁰⁰ на заседании специализированного
совета 047 в Институте механики.

Адрес: 375019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24б, avсах@mechins.sci.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 11 ноября 2013г.

Ученый секретарь
специализированного совета, д.ф.м.н.



А.В.Саакян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Теория контактных и смешанных задач механики деформируемого тела, одна из областей интенсивных научных исследований в механике. Эти исследования стимулируются как внутренней логикой развития теории, так и возрастающими запросами инженерной практики, где часто встречаются конструкции и сооружения или их детали, которые по разным причинам содержат концентраторы напряжения типа трещин (разрезов, щелей), инородных включений, накладок, отверстий и угловых точек. Характерной особенностью напряженного состояния таких конструкций и деталей является наличие локальных полей напряжений с большими и интенсивно изменяющимися градиентами вокруг этих концентраторов, которые могут привести к разрушению этих конструкций и деталей. Поэтому исследование напряженного состояния массивных тел, содержащих концентраторы напряжений, в целом, а также локальных полей напряжений, возникающих вокруг концентраторов, является актуальной проблемой как с научной, так и с инженерной точек зрения.

Цель работы. Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию напряженно-деформированного состояния однородных и составных массивных тел, моделируемых в виде упругих однородных и кусочно-однородных плоскостей, полуплоскостей, пространств и полупространств, одновременно содержащих различные концентраторы напряжений типа абсолютно жестких тонких включений, трещин и штампов. В ней методом ортогональных многочленов построены эффективные решения ряда статических и динамических задач и изучены закономерности взаимовлияний этих концентраторов .

Научная новизна. При помощи сочетания методов разрывных решений уравнений теории упругости, сингулярных интегральных уравнений, ортогональных многочленов и метода механических квадратур построены замкнутые и эффективные решения ряда статических и динамических задач об антиплоском и плоско-деформированном состоянии составного пространства и полупространства, когда на плоскости стыка различных материалов имеется конечное, абсолютно жесткое тонкое включение при различных условиях контакта включения с матрицей.

Выявлены закономерности изменения контактных напряжений как под включением, так и на плоскости стыка различных материалов в зависимости от изменения геометрических и физико-механических параметров поставленных задач.

Практическая ценность работы. Результаты, полученные в диссертационной работе, с теоретической точки зрения, могут быть использованы при исследовании новых задач, касающихся вопросов концентрации напряжений возле концов штампов, трещин, накладок, абсолютно жестких включений, полностью либо частично сцепленных с матрицей, и помогут выявить закономерности взаимовлияния этих концентраторов.

С практической точки зрения результаты работы могут быть использованы при разработке методик расчета прочностных характеристик различных инженерных конструкций и их деталей, усиленных или армированных жесткими тонкостенными элементами.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались:

- на XII республиканской конференции молодых ученых (Агавнадзор - 2001г.),

- на V-ой международной конференции «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред» (Горис, Армения, 2005),
- на международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды» (Цахкадзор, Армения, 2007),
- на международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды», (Ростов-на-Дону, 2010),
- на II-ой международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды» (Дилижан, Армения, 2010),
- на семинарах имени Н.Х.Арутюняна Института механики НАН РА (Ереван, 2008-2010г.).

Диссертационная работа в целом обсуждена на заседании отдела “Механика упругих и вязкоупругих тел” Института механики НАН РА и на общем семинаре Института механики НАН РА. (Ереван, 2013г.).

Публикации. По теме диссертационной работы опубликованы 8 научных статей, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, кратких выводов и списка цитируемой литературы. Общий объем работы составляет 121 страниц печатного текста и содержит 21 фигуру и 1 таблицу, а список литературы содержит 122 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цель и круг обсуждаемых в ней вопросов, дан краткий обзор работ, связанных с рассмотренными в диссертации вопросами и изложено краткое содержание диссертации.

Первая глава посвящена антиплоским смешанным задачам для составного полупространства с магистральными трещинами.

В первом параграфе рассматривается задача об антиплоском напряженном состоянии составного упругого полупространства, состоящего из полупространства и слоя конечной толщины h с различными модулями сдвигов G_1 и G_2 , на плоскости стыка которых есть конечная магистральная трещина длины $2a$, на берегах которой заданы условия смешанного типа.

Задача математически формулируется в виде следующей системы из двух сингулярных интегральных уравнений второго рода относительно двух линейных комбинаций скачка напряжений, действующих на берегах трещины, $\tau(x)$ и производной от разности смещений точек берегов трещины $w'(x)$

$$\begin{cases} \varphi_1(x) - \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a K_{11}(s, x) \varphi_1(s) ds + \frac{1}{\pi G} \int_{-a}^a \left(\frac{1}{s-x} + GK_{12}(s, x) \right) \varphi_2(s) ds = f_1(x) \\ \varphi_2(x) - \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a K_{22}(s, x) \varphi_2(s) ds + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \left(\frac{1}{s-x} + K_{21}(s, x) \right) \varphi_1(s) ds = f_2(x) \end{cases}$$

при условиях

$$\int_{-a}^a \varphi_1(x) dx = 0; \quad \int_{-a}^a \varphi_2(x) dx = p_0,$$

решение которой, в общем случае, строится методом механических квадратур.

В случае, когда нижний берег трещины жестко защемлен, на верхний берег трещины действует равномерно распределенная нагрузка, а внешняя поверхность слоя свободна от нагрузок, проведен численный расчет и изучены закономерности изменения коэффициентов интенсивности в концевых точках трещины и ее раскрытия в зависимости от толщины слоя и соотношения модулей сдвига материалов полосы и полупространства.

Результаты численных расчетов приведены в таблице 1 и на рисунках 1 и 2. В таблице 1 приведены значения коэффициента концентрации приведенных контактных напряжений, действующих на защемленном берегу трещины, в концевых точках $\pm a$ для разных значений параметров $G = G_1/G_2$ и $\delta = h/a$. Как видно из таблицы, при постоянном значении параметра $\delta = h/a$ с увеличением параметра G коэффициент концентрации по абсолютной величине уменьшается. Такая же закономерность наблюдается и в случае, когда параметр G постоянен, а параметр δ увеличивается.

На рисунках 1.1.1 - 1.1.2 приведены графики раскрытия трещины для разных значений параметра G , в случае когда $\delta = 0.5$ и $\delta = 3$. Как видно из этих рисунков, при увеличении параметра G раскрытие трещины уменьшается.

Таблица 1

$G \cdot \delta$	0.3	0.6	1	3	10
0.5	-0.5699	-0.4986	-0.4634	-0.4323	-0.4271
1.0	-0.3704	-0.3341	-0.3161	-0.3002	-0.2976
1.5	-0.2892	-0.2657	-0.2540	-0.2437	-0.2421
2.5	-0.2136	-0.2005	-0.1940	-0.1885	-0.1876
3.0	-0.1922	-0.1818	-0.1766	-0.1722	-0.1715
4.0	-0.1633	-0.1560	-0.1525	-0.1495	-0.1490

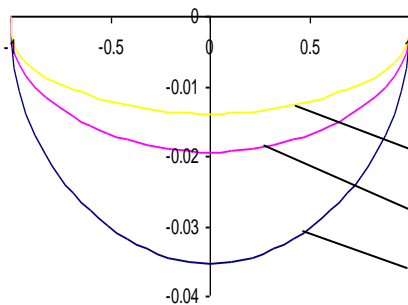


Рис. 1

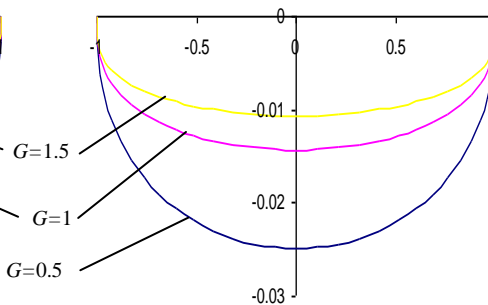


Рис. 2

В частном случае контакта двух разнородных полупространств построено замкнутое решение поставленной задачи.

Во втором параграфе первой главы рассматривается антиплоское напряженное состояние упругого составного пространства, состоящего из полупространства и слоя конечной толщины h с различными модулями сдвигов G_1 и G_2 , на плоскости стыка которых имеется периодическая система конечных магистральных трещин длины $2a$, на берегах которых заданы условия смешанного типа.

Задача математически сформулирована в виде системы из двух сингулярных интегральных уравнений второго рода с ядром Гильберта, решение которой, в общем случае, строится методом механических квадратур.

В частном случае контакта двух разнородных полупространств построено замкнутое решение поставленной задачи.

Вторая глава посвящена исследованию плоско-деформированного состояния кусочно-однородной полуплоскости, составленной из разнородных упругой полосы и полуплоскости, на линии стыка которых имеется конечное, абсолютно жесткое тонкое включение. Рассмотрены два варианта взаимодействия включения с матрицей. В первом из них считается, что одна сторона абсолютно жесткого включения сцеплена с полуплоскостью, а вторая сторона гладко контактирует с полосой. Во втором же случае полагается, что одна из сторон включения жестко сцеплена с полуплоскостью, а вторая сторона отошла от полосы, создавая тем самым разрез.

В первом параграфе второй главы методом обобщенного интегрального преобразования Фурье построено решение уравнений Лямэ, для составной полуплоскости, состоящей из полосы толщины h с коэффициентами Лямэ λ_1, μ_1 и полуплоскости с коэффициентами Ляме λ_2, μ_2 , на линии $y = 0$ соединения которых имеется дефект, заполняющий интервал $(-a, a)$ оси Ox , на котором претерпевают разрыв и напряжения, и смещения.

В частности, для производных от компонент смещений и напряжений на линии $y = 0$ получены следующие выражения:

$$\begin{aligned} \tau_{xy}^{(1)}(x, 0) = & \frac{l_0}{\Delta_*} \tau(x) - \frac{l_1}{\Delta_*} V'(x) - \frac{l_2}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s) ds}{s-x} - \frac{l_3}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{U'(s) ds}{s-x} + \int_{-a}^a K_{31}^*(x-s) \sigma(s) ds + \\ & + \int_{-a}^a K_{32}^*(x-s) \tau(s) ds + \int_{-a}^a K_{33}^*(x-s) U'(s) ds + \int_{-a}^a K_{34}^*(x-s) V'(s) ds + F_3(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(1)}(x, 0) = & \frac{l_0}{\Delta_*} \sigma(x) - \frac{l_1}{\Delta_*} U'(x) + \frac{l_2}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{\tau(s) ds}{s-x} - \frac{l_3}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{V'(s) ds}{s-x} + \int_{-a}^a K_{41}^*(x-s) \sigma(s) ds + \\ & + \int_{-a}^a K_{42}^*(x-s) \tau(s) ds + \int_{-a}^a K_{43}^*(x-s) U'(s) ds + \int_{-a}^a K_{44}^*(x-s) V'(s) ds + F_4(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U'_2(x,0) &= \frac{d_0}{\Delta_*} \sigma(x) - \frac{l_0}{\Delta_*} U'(x) - \frac{d_1}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{\tau(\xi) d\xi}{\xi - x} + \frac{l_2}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{V'(\xi) d\xi}{\xi - x} + \\
&+ \int_{-a}^a K_{11}^*(x-\xi) \sigma(\xi) d\xi + \int_{-a}^a K_{12}^*(x-\xi) \tau(\xi) d\xi + \int_{-a}^a K_{13}^*(x-\xi) U'(\xi) d\xi + \\
&+ \int_{-a}^a K_{14}^*(x-\xi) V'(\xi) d\xi + F_1(x) \\
V'_2(x,0) &= -\frac{d_0}{\Delta_*} \tau(x) - \frac{l_0}{\Delta_*} V'(x) - \frac{d_1}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{\sigma(\xi) d\xi}{\xi - x} - \frac{l_2}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{U'(\xi) d\xi}{\xi - x} + \\
&+ \int_{-a}^a K_{21}^*(x-\xi) \sigma(\xi) d\xi + \int_{-a}^a K_{22}^*(x-\xi) \tau(\xi) d\xi + \int_{-a}^a K_{23}^*(x-\xi) U'(\xi) d\xi + \\
&+ \int_{-a}^a K_{24}^*(x-\xi) V'(\xi) d\xi + F_2(x) \\
&\quad (-\infty < x < \infty)
\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
l_0 &= \mathcal{G}_2^{(1)}(\mathcal{G}_2^{(1)} + \mathcal{G}_2^{(2)}) - \mathcal{G}_1^{(1)}(\mathcal{G}_1^{(1)} - \mathcal{G}_1^{(2)}); \\
l_1 &= 2(\mathcal{G}_1^{(2)} l_0 - \mathcal{G}_2^{(2)} l_2); \quad l_2 = \mathcal{G}_1^{(1)} \mathcal{G}_2^{(2)} + \mathcal{G}_2^{(1)} \mathcal{G}_1^{(2)}; \\
l_3 &= 2(\mathcal{G}_1^{(2)} l_2 - \mathcal{G}_2^{(2)} l_0); \quad d_0 = \frac{\mathcal{G}_1^{(1)} - \mathcal{G}_1^{(2)}}{2}; \quad d_1 = \frac{\mathcal{G}_2^{(1)} + \mathcal{G}_2^{(2)}}{2}; \\
\Delta_* &= (\mathcal{G}_2^{(1)} + \mathcal{G}_2^{(2)})^2 - (\mathcal{G}_1^{(1)} - \mathcal{G}_1^{(2)})^2, \\
\mathcal{G}_1^{(j)} &= \frac{\mu_j^2}{\lambda_j + 3\mu_j}; \quad \mathcal{G}_2^{(j)} = \frac{\mu_j (\lambda_j + 2\mu_j)}{\lambda_j + 3\mu_j},
\end{aligned}$$

$K_{ij}^*(x)$ ($i, j=1-4$) - регулярные функции, значения которых не приводятся, $\sigma(x); \tau(x)$ - скачки нормальных и касательных напряжений на берегах дефекта, а функции $V'(x)$ и $U'(x)$ - производные от скачков соответственно нормальных и горизонтальных смещений на дефекте.

Во втором параграфе рассмотрено плоско-деформированное состояние составной полуплоскости, состоящей из упругой полосы толщины h с коэффициентами Лямэ μ_1, λ_1 и упругой полуплоскости с коэффициентами Лямэ μ_2, λ_2 , когда на линии их соединения имеется абсолютно жесткое тонкое включение длины $2a$, нижняя сторона которого жестко сцеплена с упругой полуплоскостью, а верхняя сторона гладко контактирует с полосой. Считается, что составная полуплоскость деформируется под действием симметрично распределенной относительно оси Oy на интервале $(-b, b)$ нормальной нагрузки $P_0(x)$, приложенной к свободной границе полосы

$y = h$, и сосредоточенной нагрузки Q_0 , приложенной к центру включения перпендикулярно к нему.

Используя полученные выше разрывные решения уравнений теории упругости для составной полуплоскости, выводятся определяющие уравнения поставленной задачи в виде системы из трех сингулярных интегральных уравнений относительно скачков компонент напряжений и производной от разности горизонтальных смещений.

Прежде чем решить полученную систему сингулярных интегральных уравнений определено поведение искомых функций в конечных точках интервала $(-a, a)$. Для этого сперва рассмотрен частный случай поставленной задачи, когда толщина полосы бесконечно большая, т.е. рассмотрено напряженное состояние составной плоскости из двух разнородных полуплоскостей, содержащей включение на линии их соединения. В этом случае определяющая система принимает вид

$$\begin{cases} \frac{d_0}{\Delta_*} \sigma(x) - \frac{l_0}{\Delta_*} U'(x) - \frac{d_1}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{\tau(s)}{s-x} ds = 0 \\ \frac{d_0}{\Delta_*} \tau(x) + \frac{d_1}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds + \frac{l_2}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{U'(s)}{s-x} ds = 0 \\ \frac{l_0}{\Delta_*} \tau(x) - \frac{l_2}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds - \frac{l_3}{\pi \Delta_*} \int_{-a}^a \frac{U'(s)}{s-x} ds = 0 \end{cases} \quad (-a < x < a)$$

Построено замкнутое решение полученной системы, которое в случае $\tilde{\Delta} = \mathcal{G}_2^{(1)}(\mathcal{G}_2^{(1)} + \mathcal{G}_2^{(2)}) - (\mathcal{G}_1^{(1)} - \mathcal{G}_1^{(2)})^2 \neq 0$ дается формулами

$$\begin{aligned} \sigma(x) &= \frac{K_I}{\sqrt{a^2 - x^2}} + K_{II} [\omega(x) + \omega(-x)]; \quad \tau(x) = K_{III} [\omega(x) - \omega(-x)]; \\ U'(x) &= -\frac{1}{2\mathcal{G}_1^{(2)}} \sigma(x) + \frac{Q_0}{2\mathcal{G}_1^{(2)} \pi \sqrt{a^2 - x^2}}; \quad (\omega(x) = (a+x)^{-\gamma_1} (a-x)^{\gamma_1-1}), \end{aligned}$$

а в случае $\tilde{\Delta} = 0$ - формулами

$$\begin{aligned} \tau(x) &= Q_0 \ln \left(\frac{a-x}{a+x} \right) (a^2 - x^2)^{-1/2} / \pi^2 \quad (Q_0 = l_0 Q_0 / 2\mathcal{G}_1^{(2)} d_1) \\ \sigma(x) &= -\frac{1}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} \left\{ \frac{Q_0}{2\pi^2 \beta} \ln^2 \left(\frac{a-x}{a+x} \right) - A \right\} \quad (A = Q_0 / 3\beta - Q_0) \\ U'(x) &= Q_0 \left[\frac{1}{2\pi^2} \ln^2 \left(\frac{a-x}{a+x} \right) - \frac{1}{3} \right] / 2\pi \mathcal{G}_1^{(2)} \beta \sqrt{a^2 - x^2} \end{aligned}$$

где $K_I, K_{II}, K_{III}, \beta$ и γ_1 - постоянные, зависящие от упругих характеристик составной плоскости и сосредоточенной нагрузки Q_0 .

Полученные решения показывают, что в случае $\tilde{\Delta} \neq 0$ напряжения в конечных точках включения имеют особенность типа $x^{-\gamma}$ ($0 < \text{Re } \gamma < 1$), а в случае $\tilde{\Delta} = 0$ - типа $x^{-1/2} \ln^m x$ ($m=1,2$).

Используя полученные результаты и введя обозначения

$$\psi_j^*(x) = \frac{d_0}{\Delta_*} \sigma(ax) - \frac{l_0}{\Delta_*} U'(ax) + \frac{\mu_j^* d_1}{\Delta_*} \tau(ax) \quad (j=1,2);$$

$$\psi_3^*(x) = \frac{g_2^{(1)}}{\Delta_*} \sigma(ax) + \frac{2g_2^{(2)} g_2^{(1)}}{\Delta_*} U'(ax);$$

$$\left(\mu_j^* = (-1)^{j+1} \sqrt{\tilde{\Delta}/2d_1 g_2^{(2)}}; \alpha^* = -g_2^{(2)}/g_2^{(2)}; \beta^* = -1/2g_2^{(2)} \right),$$

определяющая система сингулярных интегральных уравнений, в общем случае при условии $\tilde{\Delta} \neq 0$, приведена к каноническому виду

$$\begin{cases} -\pi i h(\pi \mu_j^*) \psi_j^*(t) + \int_{-1}^1 \frac{\psi_j^*(\tau)}{\tau-t} d\tau + \sum_{n=1}^3 \int_{-1}^1 R_{jn}^*(t-\tau) \psi_n^*(\tau) d\tau = Q_j^*(t) \\ \int_{-1}^1 \frac{\psi_3^*(\tau)}{\tau-t} d\tau + \sum_{n=1}^3 \int_{-1}^1 R_{3n}^*(t-\tau) \psi_n^*(\tau) d\tau = Q_3^*(t). \end{cases} \quad (j=1,2; \quad -1 < t < 1)$$

Здесь $R_{jn}^*(x)$ и $Q_j^*(t)$ ($j, n=1-3$) - известные регулярные функции, а искомые функции должны удовлетворять также условиям

$$\int_{-1}^1 \psi_j^*(x) dx = P_j \quad ; \quad (P_1 = P_2 = d_0 Q_0 / a \Delta_*; \quad P_3 = g_2^{(1)} Q_0 / a \Delta_*; \quad j=1,2,3).$$

Представляя искомые функции в виде разложений

$$\psi_j^*(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{X_k^{(j)} P_k^{(j, \sigma_j)}(x)}{\omega_j(x)} \quad \left(\omega_j(x) = (1-x)^{-j} (1+x)^{-\sigma_j} \right);$$

$$\psi_3^*(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{X_k^{(3)} T_k(x)}{\sqrt{1-x^2}} \quad (\gamma_j = -\frac{1}{2} - i\mu_j^*; \quad \sigma_j = -\frac{1}{2} + i\mu_j^*; \quad j=1,2)$$

где $P_k^{(j, \sigma_j)}(x)$ ($j=1,2; \quad k=0,1,2,\dots$) - многочлен Якоби, $T_k(x)$ ($k=0,1,2,\dots$) - многочлен Чебышева первого рода, по обычной процедуре для определения неизвестных коэффициентов $X_k^{(j)}$ получена квазивполне регулярная система из трех систем бесконечных алгебраических уравнений.

Проведен численный анализ задачи в случае однородной полуплоскости и изучены закономерности изменения приведенных контактных напряжений.

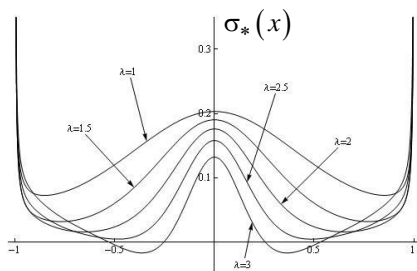


Рис.3

На рис.3 приведены графики приведенного контактного давления от сосредоточенной нагрузки в зависимости от изменения параметра $\lambda = a/h$, когда коэффициент Пуассона ν материала равен 0.3, а $P_0/hE = 0.1$ (E -модуль Юнга).

Нетрудно заметить, что при увеличении параметра λ в зоне контакта возникают участки растягивающих напряжений, что указывает на возможность отрыва включения от матрицы.

В третьем параграфе рассмотрено плоско-деформационное состояние кусочно-однородной упругой полуплоскости, образованной при помощи соединения упругой бесконечной полосы толщины h с коэффициентами Лямэ μ_1, λ_1 и упругой полуплоскости с коэффициентами Лямэ μ_2, λ_2 , на линии стыка которых имеется конечная трещина, на одном берегу которой заданы напряжения, а на другом – смещения.

При помощи разрывных решений уравнений теории упругости, полученных в первом параграфе, в случае, когда квадратное уравнение $a_2k^2 - (a_1 - b_2)k + b_1 = 0$ имеет два различных корня k_1 и k_2 , задача математически формулируется в виде системы из двух сингулярных интегральных уравнений второго рода относительно двух комбинаций производной от раскрытия трещины $w'(x)$ и скачка напряжений $\chi(x)$, действующих на берегах трещины:

$$\varphi_j(x) + \frac{iq_j}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\varphi_j(s)}{s-x} ds + \sum_{n=1}^4 \int_{-a}^a \tilde{K}_{j,n}(x,s) \varphi_n(s) ds = Q_j^*(x) \quad (|x| < a; j=1,2)$$

где

$$\varphi_j(x) = \chi(x) + k_j w'(x) \quad (j=1,2); \quad \varphi_j(x) = \bar{\varphi}_{j-2}(x) \quad (j=3,4);$$

$$a_1 = \vartheta_2^{(1)} \vartheta_1^{(2)} / \vartheta; \quad a_2 = \vartheta_2^{(1)} \vartheta_2^{(2)} / 2\vartheta; \quad b_1 = \left[(\vartheta_2^{(1)})^2 - (\vartheta_2^{(2)})^2 \right] / \vartheta; \quad b_2 = \vartheta_2^{(1)} \vartheta_1^{(1)} / \vartheta;$$

$$\vartheta = \left(\vartheta_2^{(1)} \right)^2 - \left(\vartheta_1^{(1)} \right)^2 + \vartheta_1^{(1)} \vartheta_1^{(2)}, \quad q_j = (b_2 + k_j a_2),$$

а $\tilde{K}_{j,n}(x,s)$ и $Q_j^*(x)$ - известные функции. При этом

$$\int_{-a}^a \varphi_j(x) dx = Q_0. \quad (j=1-4)$$

Решение полученной системы снова строится методом ортогональных многочленов Якоби. Получены простые формулы для определения коэффициентов концентрации напряжений в концевых точках трещины.

В четвертом параграфе рассмотрено плоско-деформированное состояние составной полуплоскости, состоящей из бесконечной упругой полосы толщины h и упругой полуплоскости с коэффициентами Лямэ μ_1, λ_1 и μ_2, λ_2 соответственно, когда на линии $y=0$ их соединения имеется симметричное относительно оси OY абсолютно жесткое тонкое включение длины $2a$, нижняя сторона которого жестко сцеплена с упругой полуплоскостью, а верхняя сторона гладко контактирует с полосой. Будем считать, что под действием сосредоточенной силы P_0 в свободную

границу составной полуплоскости $y = h$ опять же симметрично относительно оси OY , вдавливается абсолютно жесткий гладкий штамп ширины $2b$ (рис. 4).

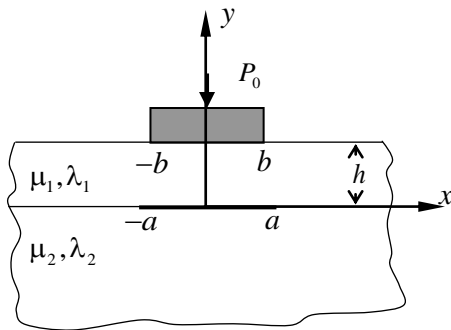


Рис. 4

Как и выше, используя разрывные решения уравнений теории упругости для составной полуплоскости, выводятся определяющие уравнения поставленной задачи в виде системы из четырех сингулярных интегральных уравнений относительно скачков компонент напряжений, производной от разности горизонтальных смещений и контактного давления, действующего под штампом.

Введением новых искомым функций $\psi_j^*(x)$ ($j = 1-3$) и $\psi_4^*(x) = bP(bx)/P_0$, полученная система приведена к каноническому виду:

$$\begin{cases} -\pi i th(\pi \mu'_j) \psi_j^*(t) + \int_{-1}^1 \frac{\psi_j^*(\tau)}{\tau - t} d\tau + \sum_{n=1}^4 \int_{-1}^1 R_{jn}^*(t, \tau) \psi_n^*(\tau) d\tau = 0 \quad (j = 1, 2) \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\psi_j^*(\tau)}{\tau - t} d\tau + \sum_{n=1}^4 \int_{-1}^1 R_{jn}^*(t, \tau) \psi_n^*(\tau) d\tau = Q_j^*(t) \quad (j = 3, 4), \end{cases}$$

Последнюю нужно рассматривать вместе с условиями равновесия штампа и включения, а также непрерывности смещений в концевых точках включения. Эти условия при помощи функций $\psi_j^*(x)$ записываются следующим образом:

$$\int_{-1}^1 \psi_j^*(x) dx = P_j; \quad (P_j = 0; j = 1-3; P_4 = 1).$$

Здесь $R_{jn}^*(x, s)$ ($j, n = 1-4$) линейные комбинации функций $K_{jn}^*(j, n = 1-4)$, а постоянная μ'_j ($j = 1, 2$) определяется из условия $th \mu'_j \pi = i q_j^{-1}$.

Решение системы определяющих сингулярных интегральных уравнений, как и в третьем параграфе этой главы, построено методом ортогональных многочленов.

Третья глава посвящена исследованию одной антиплоской и одной плоской динамических задач для кусочно-однородного пространства, содержащего на линии раздела материалов конечную трещину, на берегах которой заданы условия смешанного типа.

В первом параграфе рассмотрено антиплоское напряженное состояние составного пространства, составленного из двух различных полупространств с модулями сдвига μ_1 и μ_2 , заполняющих соответственно области $y \geq 0$ и $y \leq 0$, когда на плоскости их стыка $y = 0$ имеется магистральная трещина, занимающая область $\{y = 0; |x| < a; -\infty < z < \infty\}$, нижний берег которой жестко защемлен, а на верхнем берегу действуют периодически изменяющиеся во времени касательные напряжения интенсивности $\tau_0(x)e^{i\omega t}$.

Представляя искомые функции в виде $f(x, y, t) = f(x, y)e^{i\omega t}$, выведены определяющие уравнения поставленной задачи в виде следующей системы из двух сингулярных интегральных уравнений относительно двух комбинаций амплитуд скачка напряжений $\tau(x)$, действующих на берегах трещины, и разности производных от смещений точек берегов трещины $W'(x)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_+(x) + \frac{1}{\pi\sqrt{\mu}} \int_{-1}^1 \frac{\Psi_+(s)}{s-x} ds + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 Q_{11}(s-x)\Psi_+(s)ds + \\ \quad + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 Q_{12}(s-x)\Psi_-(s)ds = f(x) \\ \Psi_-(x) - \frac{1}{\pi\sqrt{\mu}} \int_{-1}^1 \frac{\Psi_-(s)}{s-x} ds + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 Q_{21}(s-x)\Psi_+(s)ds + \\ \quad + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 Q_{22}(s-x)\Psi_-(s)ds = f(x) \end{array} \right.$$

при условии

$$\int_{-1}^1 \Psi_{\pm}(x)dx = 1.$$

Здесь

$$\Psi_{\pm}(x) = \frac{a\tau(ax)}{\tau_0} \pm \sqrt{\mu} \frac{a\mu_2 W'(ax)}{\tau_0}; \quad \left(\mu = \mu_1 / \mu_2; \tau_0 = \int_{-a}^a \tau_0(x)dx \right),$$

а $Q_{ij}(x)$ и $f(x)$ - регулярные функции.

Во втором параграфе этой главы рассмотрено плоское-деформированное состояние изотропной упругой плоскости, содержащей абсолютно жесткое тонкое включение, расположенное на интервале $(-a, a)$ оси Ox , одна из сторон которого отошла от матрицы, образовав трещину. Считается, что плоскость находится в периодически изменяющемся температурном поле $T(x, y)e^{i\omega t}$ и деформируется под воздействием нормальной стационарной нагрузки, приложенной к серединной точке включения.

В рамках линейной теории термоупругости поставленная задача представлена в виде суммы двух задач, в одной из которых плоскость деформируется только нормальной нагрузкой, а во второй только под воздействием температурного поля. Так как первая из этих задач решена, то далее рассмотрена только вторая задача.

Сначала определено распределение температурного поля в плоскости с трещиной, когда на берегах трещины поддерживается температура $T_0(x)e^{i\omega t}$, при заданном потоке тепла Q_0 . Решение этой задачи сводится к решению следующего сингулярного интегрального уравнения первого рода относительно скачка теплового потока на берегах трещины $Q(x)$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \left[\frac{1}{s-x} + R(x,s) \right] Q(s) ds = -2\alpha T_0'(x)$$

при условии

$$\int_{-a}^a Q(s) ds = Q_0 .$$

Решение полученного уравнения построено методом механических квадратур.

Далее построены разрывные решения уравнений термоупругости для изотропной плоскости с трещиной, на берегах которой имеют место условия смешанного типа. Используя полученные решения, удовлетворены условия на берегах трещины:

$$\sigma_y^{(1)}(x,0) \pm i\tau_{xy}^{(1)}(x,0) = 0$$

$$u_2'(x,0) \pm v_2'(x,0) = 0 \quad |x < a|$$

В итоге получена система определяющих сингулярных интегральных уравнений второго рода относительно четырех комплексных комбинаций скачков напряжений и смещений на берегах трещины. Полученная система приведена к каноническому виду и построено ее решение методом ортогональных многочленов Якоби.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Основные результаты диссертационной работы заключаются в следующем:

1. Методами разрывных решений уравнений теории упругости и сингулярных интегральных уравнений построены эффективные решения двух смешанных задач для составных полупространств, полученных соединением слоя с полупространством, изготовленных из различных материалов, когда на плоскости их соединения имеются или одна конечная магистральная трещина, или периодическая система конечных магистральных трещин. В частном случае, когда толщина слоя стремится к бесконечности, т.е. в случае составного пространства из двух различных полупространств, построены замкнутые решения указанных задач.

2. При помощи сочетания методов разрывных решений уравнений теории упругости, сингулярных интегральных уравнений и ортогональных многочленов построены эффективные решения некоторых задач о плоско-деформированном состоянии составной полуплоскости, образованной путем соединения разнородных упругой полосы и полуплоскости, на линии стыка которых имеется конечное, абсолютно жесткое, тонкое включение. Рассмотрены два варианта взаимодействия включения с матрицей. В первом из них считается, что одна сторона абсолютно жесткого включения сцеплена с полуплоскостью, а вторая сторона гладко контактирует с полосой. Во втором же случае полагается, что одна из сторон включения жестко сцеплена с полуплоскостью, а вторая сторона отошла от полосы, создавая тем самым разрез.

3. В частном случае первого варианта взаимодействия включения с матрицей, когда толщина полосы стремится к бесконечности, т.е. составная плоскость состоит из двух различных полуплоскостей, построено замкнутое решение задачи.

4. Поставлены и методом сингулярных интегральных уравнений решены антиплоская и плоская смешанные динамические задачи для однородного пространства и однородной плоскости, содержащих конечную трещину, на одном берегу которой заданы компоненты напряжения, а на другом – смещения. В плоской задаче учтено также влияние периодически изменяющегося температурного поля. Получены простые формулы для определения коэффициентов интенсивности разрушающих напряжений на концевых точках трещины.

5. Научное направление по исследованию вопросов одновременного взаимодействия концентраторов напряжений типа трещин и абсолютно жестких включений с массивными деформируемыми телами получило развитие как в сторону рассмотрения кусочно-однородных тел, так и в сторону рассмотрения различных вариантов сочетания концентраторов напряжений. На этом пути поставлены некоторые новые антиплоские и плоские смешанные задачи для составного полупространства и составной полуплоскости и построены их эффективные решения.

Список научных работ по теме диссертации

1. Акопян В.Н., Саакян А.В., Саргсян А.О. Об одной смешанной задаче для кусочно-однородной полуплоскости с трещиной //В сб. трудов «Оптимальное управление, устойчивость и прочность механических систем», Ереван 2002, с.110-114.
2. Саргсян А.О. Об одной смешанной задаче для составного полупространства, содержащего периодическую систему трещин. Материалы XII респ. конференции молодых ученых. «Механика», Ереван 2003, с. 180-184.
3. Акопян В.Н., Саргсян А.О. Об одной динамической смешанной задаче для составного пространства с трещиной при антиплоской деформации. //В сб. статей «Избранные вопросы теории упругости, пластичности и ползучести», посв. 75-летию академика М.А.Задояна, Ереван, «Гитутюн» 2006, с. 50-56.
4. Акопян В.Н., Саргсян А.О. Напряженное состояние составной полуплоскости с абсолютно жестким включением на линии раздела материалов. //Труды XIV межд. конференции «Современные проблемы механики сплошной среды», Ростов-на-Дону, том 1, 2010, с. 25-30.
5. Акопян В.Н., Саргсян А.О. О концентрации напряжений возле абсолютно жесткого включения в составной упругой полуплоскости //Изв. НАН Армении, «Механика» том 63, N4, 2010, с 12-22.
6. Акопян В.Н., Даштоян Л.Л., Саргсян А.О. Контактная задача для составной полуплоскости с абсолютно жестким включением // Сборник трудов международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды», Ереван 2010, Том1, С.61-65.
7. Hakobyan V.N., Sargsyan A.H. On one mixed problem for composite halfspace containing a crack// В сб. «Информационные технологии и управление», Ереван, «ЭнциклопедияАрмения» 2001г., No1, с.187-192
8. Hakobyan V.N., Sahakyan A.V., Sargsyan A.H. The plane deformation state of elastic plane with finite rigid inclusion under harmonic loading // Proceedings of the 5th international conference «The problems of dynamics of interaction of deformable media», 2005, Goris, pp. 56-60.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Հայտնի է, որ ինժեներական պրակտիկայում հաճախ են հանդիպում տարբեր կառուցվածքներ, որոնք տեխնոլոգիական կամ այլ նկատառումներով պարունակում են ներդրակների կամ ձեղքերի տիպի լարումների կենտրոնացուցիչներ, որոնց շրջակայքում առաջանում են արագ փոփոխվող մեծ լարվածային դաշտեր, որոնք կարող են հանգեցնել տվյալ կառուցվածքի մասնակի կամ զլոբալ քայքայմանը: Այս պատճառով էլ լարումների կենտրոնացուցիչներ պարունակող մարմինների լարվածադեֆորմացիոն վիճակի ուսումնասիրությունը խիստ կարևոր է ու արդիական թե գիտական և թե կիրառական տեսանկյուններից:

Ատենախոսության նպատակն է ուսումնասիրել միաժամանակ լարումների տարբեր տիպի կենտրոնացուցիչներ պարունակող համասեռ և բաղադրյալ տարածության և կիսատարածության հարթ ու հակահարթ լարվածադեֆորմացիոն վիճակները, երբ նրանք դեֆորմացվում են ստատիկ կամ ժամանակի ընթացքում պարբերական փոփոխվող բեռների ազդեցության տակ:

Աշխատանքի առաջին գլխում ուսումնասիրված է անվերջ շերտից և կիսատարածությունից կազմված բաղադրյալ կիսատարածության հակահարթ լարվածային վիճակը, երբ այն՝ նյութերի միացման հարթության մեջ, պարունակում է վերջավոր երկարության ճաք կամ ճաքերի պարբերական համակարգ, որոնց ավերին տրված են խառը եզրային պայմաններ: Խնդիրների լուծումները հանգեցվել են համապատասխանաբար Կոշու և Հիլբերտի կորիզներով սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների համակարգերի լուծմանը: Մասնավոր դեպքում, երբ շերտերի բարձրությունները դառնում են անվերջ, այսինքն երբ ունենք բաղադրյալ տարածություն, կառուցվել են խնդիրների փակ լուծումները: Ընդհանուր դեպքում խնդիրների լուծումները կառուցվել են դիսկրետ եզակիությունների թվային-վերլուծական մեթոդի օգնությամբ: Կատարված է թվային վերլուծություն: Ուսումնասիրված է ճաքի ծայրակետերում գործող քայքայող լարումների ուժգնության գործակցի ու ճաքի բացվածքի փոփոխման օրինաչափությունները կախված շերտի և կիսատարածության սահքի մոդուլների, ինչպես նաև շերտի բարձրության ու ճաքի կիսաերկարության հարաբերություններից:

Աշխատանքի երկրորդ գլխում ուսումնասիրված է անվերջ շերտից և կիսահարթությունից կազմված բաղադրյալ կիսահարթության հարթ դեֆորմացիոն վիճակը, երբ այն՝ նյութերի միացման գծի վրա, պարունակում է վերջավոր,

բարակ, բացարձակ կոշտ ներդրակ, որի երկար կողմերից մեկը հարակցված է կիսահարթությանը, իսկ մյուսը շերտի հետ գտնվում է ողորկ կոնտակտի պայմաններում, կամ հեռացել է նրանից առաջացնելով ճաք: Խնդիրների լուծումները, երկու դեպքում էլ, բաղադրյալ կիսահարթության համար առաձգականության տեսության խզվող լուծումների օգնությամբ բերվել են սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների համակարգերի լուծմանը: Առաջին խնդրում դիտարկվել է մասնավոր դեպք, երբ շերտի հաստությունը անվերջ է, այսինքն երբ ունենք բաղադրյալ հարթություն: Այս դեպքում կառուցվել է խնդրի փակ լուծումը: Ցույց է տրվել, որ կախված շերտի և կիսահարթության առաձգական հատկություններից կոնտակտային լարումները ներդրակի ծայրակետերում կարող են ունենալ աստիճանային եզակիություն 0.5-ից մեծ ցուցիչով, կամ աստիճանային եզակիություն 0.5 ցուցիչով բազմապատկած լրգարիթմական եզակիությամբ: Ընդհանուր դեպքում ստացված համակարգերը բերվել են կանոնական տեսքի և Յակոբիի ու Չեբիշևի օրթոգոնալ բազմանդամների մեթոդի օգնությամբ հանգեցվել քվադրիլոպիև ռեգուլյար հանրահաշվական հավասարումների անվերջ համակարգերի: Առաջին խնդրում կատարվել են թվային հաշվարկներ, երբ շերտը և կիսահարթությունը պատրաստված են նույն նյութից: Ցույց է տրվել, որ երբ կիսահարթությունը դեֆորմացվում է եզրին կիրառված կենտրոնացած ուժի ազդեցության տակ, ապա շերտի հաստության և ներդրակի կիսաերկարության հարաբերության փոքրացմանը գույքընթաց ողորկ կոնտակտի տեղամասում մեծանում է ձգող կոնտակտային լարումների տիրույթը, որը կարող է հանգեցնել շերտի պոկմանը ներդրակից:

Ատենախոսության երրորդ գլխում ուսումնասիրված է ճաքով թուլացված երկու տարբեր կիսատարածությունից կազմված բաղադրյալ տարածության հակահարթ լարվածային և համասեռ հարթության հարթ դեֆորմացիոն վիճակները, երբ նրանք գտնվում են ժամանակի ընթացքում պարբերաբար փոփոխվող բեռերի ազդեցության տակ: Հակահարթ խնդրում ենթադրվում է, որ ճաքի ափերից մեկը կոշտ ամրակցված է, իսկ մյուսի վրա ազդում են ժամանակի ընթացքում պարբերաբար փոփոխվող բեռեր: Հարթ խնդրում ենթադրվում է, որ ճաքի ափերից մեկին է սեղմվում բացարձակ կոշտ բարակ ներդրակը և հարթությունը գտնվում է ժամանակի ընթացքում պարբերաբար փոփոխվող ջերմային դաշտի ազդեցության տակ: Երկու դեպքերում էլ խնդիրների լուծումները առաձգականության տեսության խզվող լուծումների մեթոդի օգնությամբ բերվել են սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների համակարգերի, որոնց լուծումները կառուցվել են օրթոգոնալ բազմանդամների օգնությամբ:

Հակահարթ խնդրում կատարվել է թվային հաշվարկ և արդյունքում պարզվել է ամրակցման տեղամասում գործող կոնտակտային լարումների վարքը՝ կախված տարբեր կիսատարածությունների սահքի մոդուլների հարաբերությունից և ստիպողական տատանման հաճախականությունից:

MIXED BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR COMPOUND SPACE
AND HALF-SPACE WITH CRACKS

ABSTRACT

In engineering practice the different constructions contain inclusions or slit-shaped stress concentrators, in the vicinity of which the fast-varying large fields of stresses are arisen. Such concentrators can bring the partial or global destruction of the construction. That is why the study of stress-strain state of bodies, containing stress concentrators is very important and topical problem having scientific and practical interest.

The dissertation has for an aim to study plane and anti-plane stress state of homogeneous and compound space and half-plane, containing different type of stress concentrators. Such spaces are deformed under action of static or periodically changed loadings. The antiplane stress state of half-space, consisting of infinite compound stripe and half-space, when there is the finite-length crack or periodical system of cracks in contact plane of materials with mixed boundary conditions on wedges of cracks is studied in **Chapter 1**. The solutions of problems are reduced to the solutions of systems of singular integral equations with Cauchy and Hilbert kernels. In special case, when the heights of stripes are infinite, i.e. the compound space is considered, the close solution of problem is built. In general case the solutions of problems are built by the numerical-analytical method of discrete singularities. The numerical analysis is fulfilled. The regularities for changing of concentration coefficient of fracture stresses, acting at the end-points of crack, and the opening of crack, depending on shear modulus of stripe and half-space, as well as the ratio between height of stripe and half-length of crack are discussed.

In **Chapter II** the plane stress state of compound half-plane, consisting of infinite stripe and half-plane with finite, thin, absolutely rigid inclusion in contact line of materials is considered, when the long side of inclusion is coupled with half-plane and the other side is in smooth contact with stripe or moved off the half-plane forming the crack. In both cases the solutions of problems are reduced to the solution of the system of singular integral equations by using discontinuous solutions of the elasticity theory for

half-plane. The special case is discussed for the first problem, when the heights of stripes are infinite, i.e. the compound plane is considered. In this case the closed solution is obtained. It is shown that the contact stresses can have exponential singularity greater than 0.5 or exponential singularity with exponent 0.5 multiplying by logarithmical singularity, depending on elastic properties of stripe and half-plane. In general case the obtained systems are brought to the canonical form and reduced to the system of quasicomplete regular infinite algebraic equations by using the Jacobi and the Chebyshev orthogonal polynomials. The numerical calculations are fulfilled for the first problem, when the stripe and half-plane are made from the same material. It's shown that the domain of tension contact stresses becomes larger in the region of smooth contact as the ratio of stripe's height and inclusions' half-length becomes smaller, when the half-plane is deformed under action of concentrated load. The increasing of tension contact stresses can tear a stripe off the inclusion.

In **Chapter III** the antiplane stress state of compound space, consisting of two different half-planes and weakened by crack, and the plane stress state of homogeneous plane are studied, when they are under action of periodically varying loads. It's assumed that the one wedge of crack is rigidly joint and the other wedge is under action of periodically varying loads for the antiplane problem. In plane problem it's assumed that the absolutely rigid thin inclusion is intended into one wedge of crack and the plane is considered under action of periodically varying thermal field. In both cases the solutions of problems are reduced to the system of singular integral equations by using discontinuous solutions of the elasticity theory. The solutions of systems are built by the method of orthogonal polynomials. The numerical analysis is carried out for antiplane problem. The character of contact stresses, acting in junction region and depending on the ratio of shear modulus of different half-planes and the frequency of forced vibrations is revealed.

