

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ԲԵՀՐՈՋ ՅԱԶԴԻԶԱԴԵ

**ՃԱՔԵՐ ԵՎ ԽՈՌՈՉՆԵՐ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ՀԵԾԱՆԻ ԾՌՄԱՆ, ՏԱՏԱՆՄԱՆ ԵՎ
ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԱՆԱԼԻԶ**

Ա.02.04 “Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա” մասնագիտությամբ
տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման
ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ – 2011

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

БЕРОЗ ЯЗДИЗАДЕ

АНАЛИЗ ИЗГИБА, ЗАДАЧИ КОЛЕБАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ
БАЛКИ ПРИ НАЛИЧИИ ТРЕЩИН И ОТВЕРСТИЙ
АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук по специальности
01.02.04 – “механика деформируемого твёрдого тела”

ЕРЕВАН – 2011

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում:

Գիտական ղեկավար՝ ֆիզ.-մաթ.գիտ. դոկտոր Կ.Բ. Ղազարյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ֆիզ.-մաթ.գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Զ.Ն.Դանոյան
տեխն.գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Է.Վ. Բելուբեկյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Երևանի Պետական Ճարտարագիտական Համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2012թ. փետրվարի 3-ին, ժամը 14⁰⁰-ին
ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդի նիստում (հասցեն՝
Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24բ, avsah@mechins.sci.am):

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:
Սեղմագիրն առաքված է՝ 28 դեկտեմբերի 2011թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար

Ֆիզ.մաթ.գիտ.դոկտոր



Ա.Վ.Սահակյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском Государственном Университете.

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук К.Б. Казарян

Официальные оппоненты: доктор физ.-мат. наук, профессор З.Н. Даноян
доктор техн.наук, профессор Э.В. Белубекиян

Ведущая организация: Ереванский Государственный Инженерный Университет

Защита диссертации состоится 3-го февраля 2012г. в 14⁰⁰ часов

на заседании специализированного совета 047 в Институте механики НАН РА по адресу:
0019, г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24^б, avsah@mechins.sci.am.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА.

Автореферат разослан 28-го декабря 2011г.

Учёный секретарь специализированного совета,

доктор физ.мат. наук



А.В.Саакян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время методы расчета и проектирования конструкций используют все достижения в области прикладной математики и вычислительной техники. При этом на современном этапе развития теории упругости, теории разрушения решаются очень сложные задачи определения поведения конструкции, когда в нем появляются различные особенности в виде трещин, отверстий и других аномалий. Вопросам исследования напряженно-деформированного состояния упругих сред, содержащих трещины различной конфигурации, посвящены многочисленные монографии, учебники, статьи. Важную роль в развитии этой области имеют В.М.Александров, Д.И.Бардзокас, Я.И.Бурак, Л.А.Галин, А.Н.Гузь, Я.Дандерс, Н.Ф.Морозов, Б.М.Пелех, Г.П.Черепанов и другие, а также армянские ученые Б.Л.Абрамян, А.С.Аветисян, К.Л.Агаян, В.Н.Акопян, Р.К.Алексян, Н.Х.Арутюнян, А.А.Баблоян, М.В.Белубекян, Э.Х.Григорян, В.Ц.Гнуни, В.С.Макарян, А.М.Мкртчян, С.М.Мхитарян, В.С.Саркисян и другие.

Полученные ими результаты дали возможность построить вычислительные модели в виде конечных элементов с различными свойствами (МКЭ). Такие элементы, наряду со стандартными конечными элементами, в современных промышленных программах дают возможность моделировать элементы конструкций с трещинами и провести численные эксперименты.

В диссертационной работе рассматриваются вопросы поведения балки, имеющей трещину или отверстие внутри, при различных условиях закрепления и нагружения.

Простая модель для решения таких задач была предложена В.Ц.Гнуни. В дальнейшем эта модель была исследована более строгими методами математической теории упругости в работах В.С.Макаряна и в диссертационной работе Т.Егиазарян и определена область ее применимости.

В настоящей диссертационной работе на основе МКЭ приводятся многочисленные расчеты для балок, имеющих трещины или отверстия, расположенные в различных областях балки.

Исследуются влияние трещины на место расположения нейтральной линии перемещения, частоты собственных колебаний, критическую силу потери устойчивости и на распределение напряжений в сечениях балки вблизи трещин или отверстий.

Цель и задачи работы.

Исследование напряженно – деформированного состояния в окрестности трещин, расположенных по длине балки.

Исследование напряженно – деформированного состояния в окрестности отверстий, расположенных по высоте балки.

Исследование влияния трещины или отверстий на поведение балки – изгиба, частоты собственных колебаний, критической силы потери устойчивости.

Научная новизна

- Получена интерполяционная формула для аппроксимации момента инерции стержня, когда в сечении появляются трещины или отверстия различных форм.

- На основе численных экспериментов для конечно элементного моделирования при решении задач, поставленных в данной диссертации, выбран тот конечный элемент, который наиболее полно соответствует этим целям.
- Построены конечно-элементные модели для решения задач изгиба, устойчивости и колебания балки, когда в продольных или поперечных ее сечениях появляются трещины или отверстия.
- На основе многочисленных численных экспериментов исследованы влияния трещин и отверстий на характеристики поведения балки.

Практическая ценность работы

Результаты, которые получены в диссертационной работе, имеют различные области применения.

В стандартных программах по МКЭ конечный элемент типа CRACK обеспечивает моделирование трещин, которые одним концом выходят на границу тела. Путем зеркального отображения геометрии такой трещины построен новый тип конечного элемента, который дает возможность провести исследование и трещин внутри тела.

Разработанный метод вычисления момента инерции сечений с трещинами или отверстиями имеет хорошую точность и его можно применять также для решения задач полуаналитическими методами.

Апробация работы

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на:

- The 4rd Applied Mathematics Conference, Zahedan, Iran (March 10-12), 2010.
- The 23rd International Conference of the Jangjeon Mathematical Society (Iran-South Korea), Ahvaz, Iran (February 8-10), 2010.
- на семинарах кафедры механики, факультета математики и механики ЕГУ
- на семинарах и на общем семинаре Института механики НАН РА

Структура и объем работы.

Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы.

Содержание работы

Введение. Во введении описан круг исследованных задач и общая структура диссертации.

В первом параграфе приведен краткий обзор задач и проблем, связанных с темой диссертации.

Во втором параграфе приведен краткий обзор диссертации.

В первой главе рассматриваются основные условия и соотношения теории механики разрушения и метода конечных элементов.

В первом параграфе первой главы делается краткий обзор истории теории механики разрушения, а также представлены несколько общеизвестных теорем, которые используются в дальнейших исследованиях.

На рис. 1 приведены основные типы трещин, которые исследуются в теории механики разрушения.

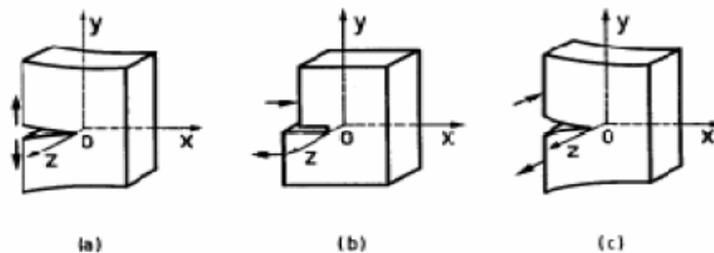


Рис. 1

В диссертационной работе рассматриваются только трещины первого типа (рис.1).

Для анализа напряжения на концах трещины используются стандартные формулы, применяемые в промышленных программах по МКЭ. На рис. 2 показана модель трещины, а на таблице 1 приведены формулы вычисления напряжений вокруг вершины трещины.

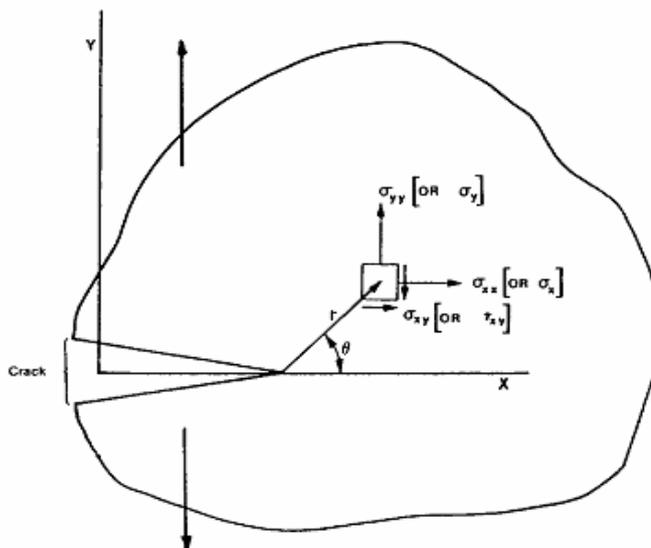


Рис. 2

Табл. 1

	Mod I	Mod II
σ_x	$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$	$-\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right)$
σ_y	$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$	$\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$
τ_{xy}	$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$	$\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$
σ_z	0 (Plane Stress) $\nu(\sigma_x + \sigma_y)$ (Plane Strain)	0 (Plane Stress) $\nu(\sigma_x + \sigma_y)$ (Plane Strain)
τ_{xz}, τ_{zy}	0	0

Здесь K_I , K_{II} коэффициенты интенсивности напряжений для первой и второй формы трещин

Во втором параграфе приведен краткий обзор метода конечных элементов.

Приведен анализ существующих методов конечных элементов, которые были использованы при решении поставленных задач в данной диссертационной работе.

Сравнение результатов моделирования задачи изгиба балки показывает, что в дальнейшем необходимо исследование влияния трещин для подходящего выбора конечного элемента PLANE42 и PLANE82 (по терминологии ANSYS). На основе этих элементов построены элементы типа CRACK для моделирования трещин внутри балки. На рис 3а приведена схема моделирования трещины внутри тела, а на рис.3б конечно-элементная сетка (mesh) трещины

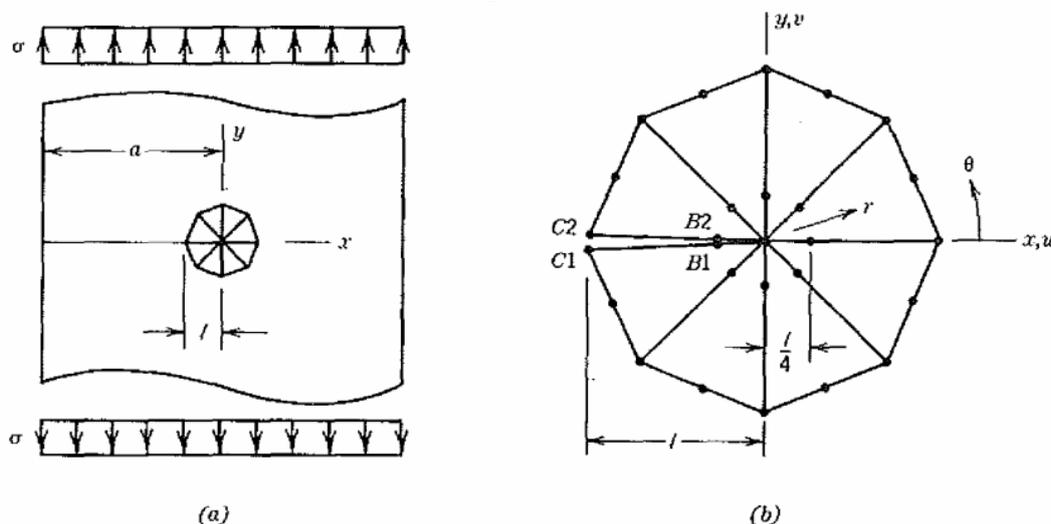


Рис. 3

Коэффициенты интенсивности вычисляются на основе расхождения берегов трещины, например:

$$K_I = \frac{2G}{k+1} \left(\frac{\pi}{2l} \right)^{1/2} [(4u_{B2} - u_{C2}) - (4u_{B1} - u_{C1})]$$

где k имеет значения:

$$\begin{cases} k = 3 - 4\nu & (\text{plane strain}) \\ k = \frac{3-\nu}{1+\nu} & (\text{plane stress}) \end{cases}$$

$\nu = \text{Poisson's ratio,}$

Во второй главе исследованы возможности метода двумерного интерполяционного алгоритма Лагранжа для быстрого и точного вычисления момента инерции сечения стержня. Получены интерполяционные формулы для сечения стержня с круглыми или треугольными отверстиями внутри.

В первом параграфе второй главы описываются основы метода Лагранжа для двумерного интерполяционного осреднения значения момента инерции сечений. Приведены теоремы, показывающие правомерность применения полученных формул.

Во втором параграфе второй главы получены интерполяционные формулы для вычисления момента инерции сечения стержня с круговыми отверстиями одинакового радиуса (Рис. 4).

Применяются интерполяционные полиномы первой степени. Соответствующие интерполяционные полиномы для квадрата расстояния между осевой линией и точками внутри области выбраны следующим образом:

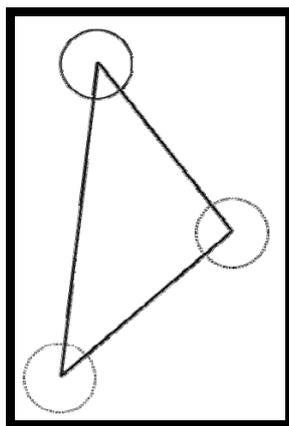


Рис. 4

$$p(x, y) = \alpha_1 p_1(x, y) + \alpha_2 p_2(x, y) + \alpha_3 p_3(x, y),$$

где α_1 , α_2 и α_3 значения контурных интегралов полиномов по соответствующим окружностям, а фундаментальные полиномы имеют вид:

$$\begin{cases} p_1(x, y) = \frac{1}{0.116}(y - 1.2x) \\ p_2(x, y) = \frac{-1}{0.38667}(y - 16.6667x) \\ p_3(x, y) = \frac{-1}{0.1657(y + 5.42x - 0.1657)} \end{cases}$$

В третьем параграфе второй главы получены интерполяционные формулы для вычисления момента инерции сечения с треугольными отверстиями внутри (Рис. 5).

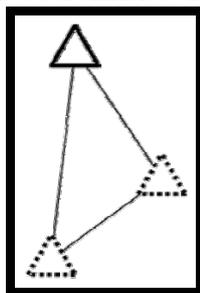


Рис. 5

В четвертом параграфе второй главы получены интерполяционные формулы для вычисления момента инерции сечения с круглыми отверстиями внутри с разными диаметрами.

В третьей главе приводится анализ задач изгиба балки с внутренними отверстиями или трещинами методом конечных элементов.

В первом параграфе третьей главы исследуются некоторые модели МКЭ для задач изгиба и колебаний балки.

Рассматривается простая задача изгиба балки (рис. 6)



Рис. 6

Используя различные типы конечных элементов, вычислены перемещения, напряжения и усилия, а также частота собственных колебаний этой балки. Для вычислений использовалось программное обеспечение *ANSYS*.

Для моделирования данной задачи использованы элементы типа – BEAM, PLANE, SHELL и SOLID

Сравнение показывает, что использование элементов PLANE дает более точные результаты.

Табл. 2 Ошибки относительно точных результатов

Тип элемента	смещение	нормальное напряжение	частота
BEAM	0 %	26.67 %	0.59 %
PLANE	0.73 %	0.19 %	1.03 %
SHELL (membrane)	0.52 %	3.15 %	1.00 %
SHELL(Bending)	1.11%	19.48 %	1.00 %
SOLID	0.10 %	12.45 %	0.60 %
SOLID (Fine Mesh)	0.05 %	17.07 %	0.71 %

Во втором параграфе выбираются различные элементы из группы PLANE (в *ANSYS* шесть таких элементов).

Сравнение результатов с аналитическими решениями показывает, что модели с конечными элементами PLANE 42 и PLANE 82 – наиболее подходящие.

В третьем параграфе рассматривается задача изгиба балки с трещиной и отверстием, поперечно расположенных в середине балки при различных положениях нагрузок. Исследуется зависимость величины максимального прогиба балки от точки приложения внешней нагрузки и расположения трещин или отверстий, (рис 7,8,9). Во всех примерах принято, что диаметр круглого отверстия составляет 10% от высоты балки, большой диаметр эллипса также 10% от высоты балки, а малый диаметр 10% от большого диаметра эллипса

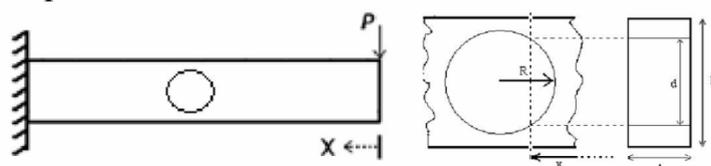


Рис. 7

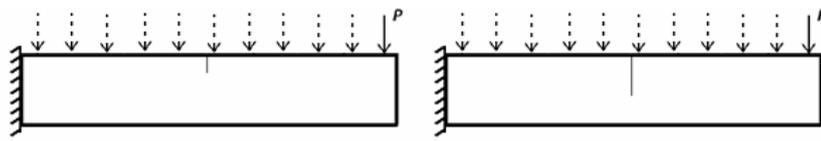
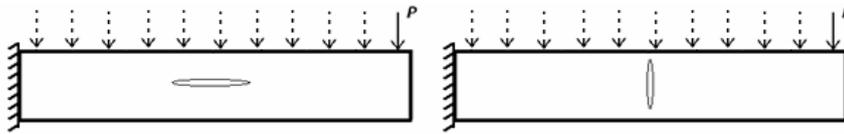


Рис. 8

Балка с трещиной, выходящей на границу,
 (длина 33% от высоты балки) (длина 83% от высоты балки)



Балка с горизонтальным эллиптическим отверстием с различными положениями нагрузки

Балка с вертикальным эллиптическим отверстием с различными положениями нагрузки

Рис. 9

На Рис.10 приведен график изменения максимального прогиба балки в зависимости от места приложения внешней нагрузки. По горизонтальной оси расстояние приложенной нагрузки от свободного конца балки (начало оси X), по вертикали – значение максимального прогиба. Трещина имеет длину 33% от высоты балки, Рис. 11 тот же самый график, когда трещина имеет длину 83% от высоты балки, На рис.12,13,14 приведены графики изменения максимального прогиба балки, когда внутри нее имеются отверстия (согласно рис. 7 и рис. 9).

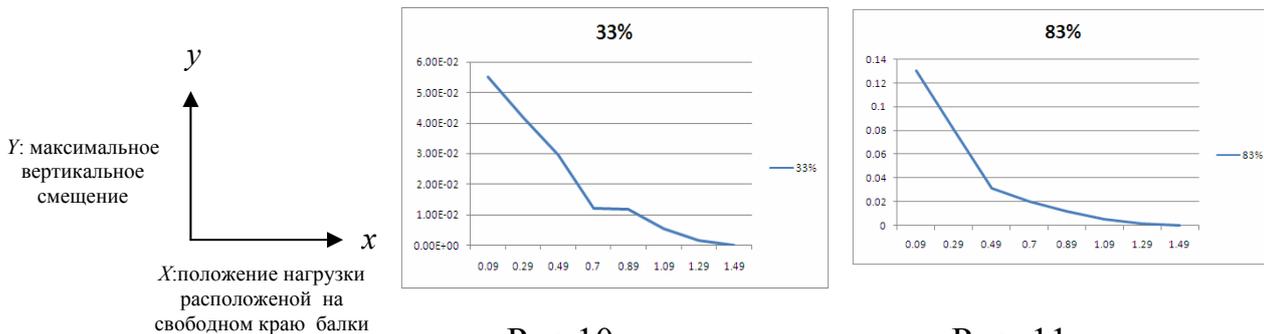


Рис.10

Рис. 11

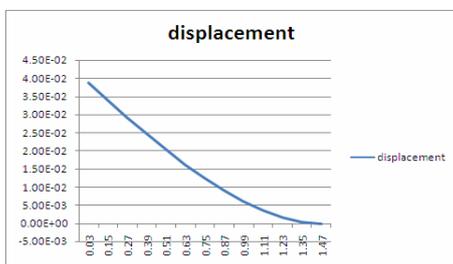


Рис. 12

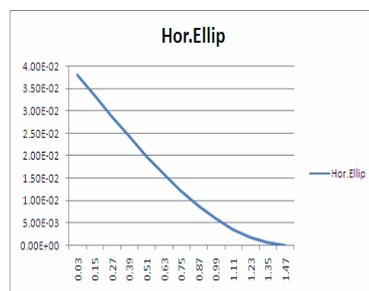


Рис. 13

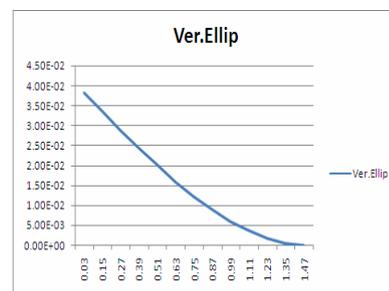


Рис. 14

На рис. 12 - приведены максимальное смещение балки с круглым отверстием, на рис.13 - максимальное смещение балки с горизонтальным эллиптическим отверстием, на рис.14-максимальное смещение балки с вертикальным эллиптическим отверстием внутри.

В четвертом параграфе исследуется поведение балки с трещиной под давлением, при этом трещина распространяется от середины балки до боковой поверхности.

На рис. 15 приведена конечно-элементная модель этой балки, а на рис 16 показан график распределения нормальных напряжений вокруг вершины трещины. На рис. 17а и 17б приведены графики нормальных и касательных напряжений вблизи вершины трещины

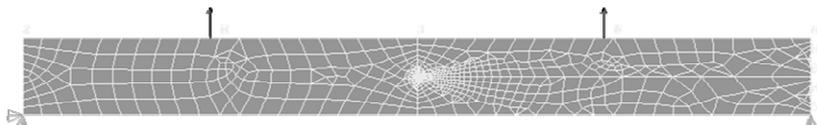


Рис. 15

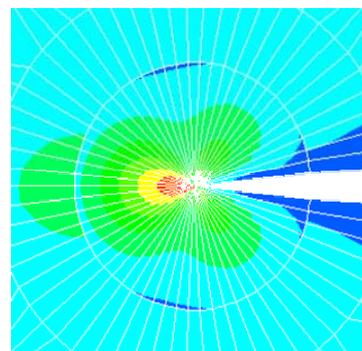


Рис. 16

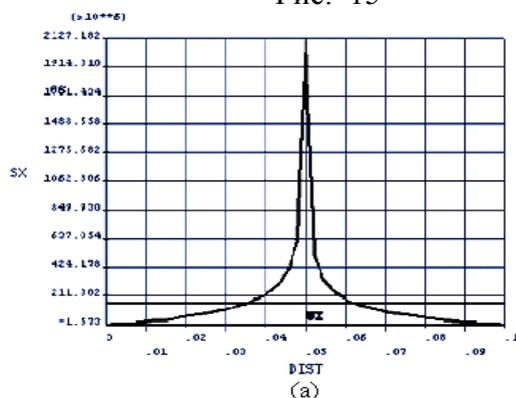


Рис. 17

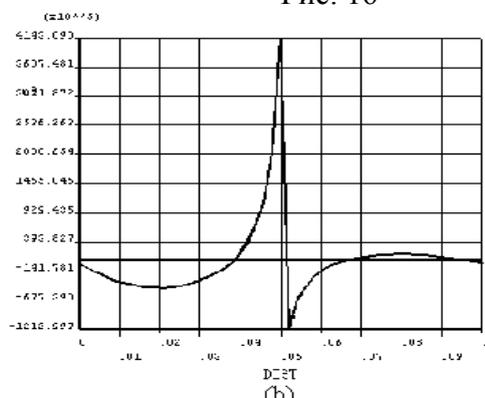


Рис. 18

Проведено исследование также для случая, когда необходимо учитывать влияние контакта при приближении берегов трещины друг к другу при внешних нагрузках (рис. 19)

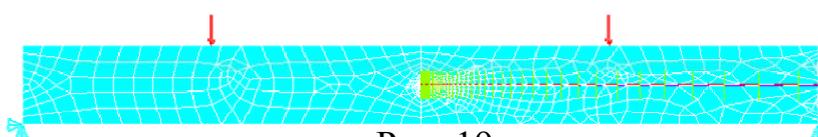


Рис. 19

В пятом параграфе четвертой главы рассматривается общее поведение балки с различными положениями трещин внутри (рис. 20). Сравниваются максимальное вертикальное смещение при изгибе, первые частоты собственных колебаний, критические силы потери устойчивости (эйлерова форма потери устойчивости при сжатии)

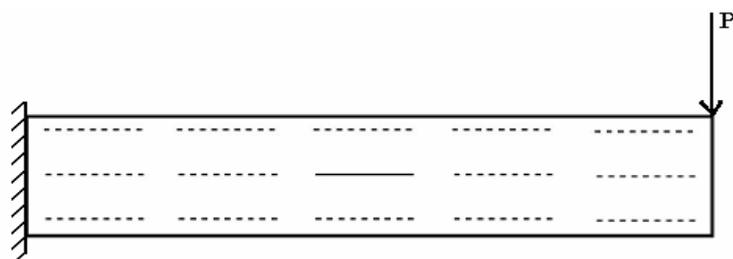


Рис. 20 расположение трещины внутри балки

Табл. 3 Максимальное вертикальное перемещение

простая балка (без трещины)	центр трещины X	центр трещины Y				
		0.2	0.6	1	1.4	1.8
7.73×10^{-1}	0.1	7.79×10^{-1}	7.77×10^{-1}	7.76×10^{-1}	0.77505	7.75×10^{-1}
	0.06	7.78×10^{-1}	7.78×10^{-1}	7.78×10^{-1}	7.78×10^{-1}	7.79×10^{-1}
	0.02	7.79×10^{-1}	7.77×10^{-1}	0.77587	7.75×10^{-1}	7.75×10^{-1}

Табл. 4 Частота первой формы собственных колебаний

Простая балка (без трещины)	x	y				
		0.2	0.6	1	1.4	1.8
77.418	0.1	77.013	77.153	77.29	77.435	77.583
	0.06	76.833	76.86	77.015	77.279	77.564
	0.02	77.013	77.153	77.29	77.435	77.583

Табл.5 Значение критического параметра первой формы потери устойчивости

Простая балка (без трещины)	x	y				
		0.2	0.6	1	1.4	1.8
2.13×10^7	0.1	2.12×10^7				
	0.06	2.13×10^7	2.12×10^7	2.12×10^7	2.11×10^7	2.10×10^7
	0.02	2.12×10^7				

Из таблицы 4 видно, что существует такое расположение трещины, когда частота собственных колебаний балки с трещиной совпадает с частотой колебаний балки без трещины. Существуют также такие точки расположения трещин, при которых частота колебаний больше, чем частота колебаний балки без трещин. На рис. 21 показана область, справа от которой частота колебаний балки с трещиной больше, чем частота балки без трещины

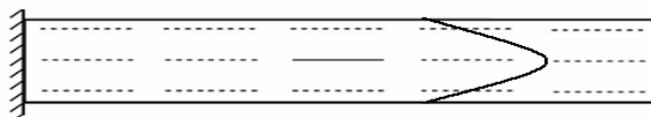


Рис. 21

В четвертой главе приводится анализ различных задач устойчивости балки.

В первом параграфе исследуется потеря устойчивости (плоской формы изгиба) при различных положениях нагрузки в конце балки (Рис. 22)

Табл. 6 Результаты критической силы для поперечного изгиба для каждого положения нагрузки

	Z				
X	2.543×10^7	2.551×10^7	2.554×10^7	2.551×10^7	2.543×10^7
	2.438×10^7	2.442×10^7	2.448×10^7	2.442×10^7	2.438×10^7
	2.311×10^7	2.313×10^7	2.315×10^7	2.313×10^7	2.311×10^7
	2.442×10^7	2.444×10^7	2.447×10^7	2.444×10^7	2.442×10^7
	1.987×10^7	1.991×10^7	1.994×10^7	1.991×10^7	1.987×10^7

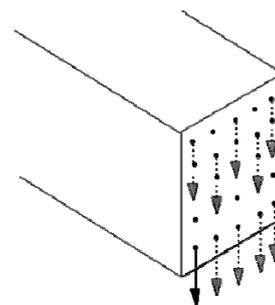


Рис. 22

Во втором параграфе рассматривается задача потери устойчивости при различных положениях нагрузок на верхней поверхности балки (Рис 23). Распределенная нагрузка прилагается в пяти позициях, а также по всей поверхности. Суммарная величина нагрузок во всех случаях одинакова.

На рис 24 приведен график зависимости критической силы потери устойчивости (плоской формы изгиба) от места приложения нагрузки

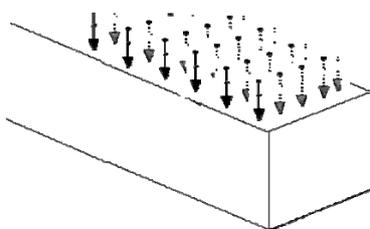


Рис. 23

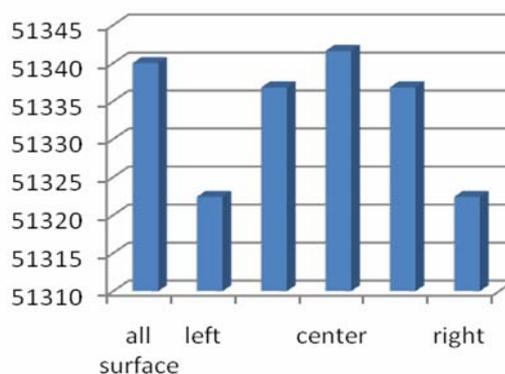


Рис. 24

В третьем параграфе анализируется устойчивость балки, имеющей круговые или эллиптические отверстия в горизонтальном или вертикальном положении. Рассматриваются поперечная (плоская форма изгиба) и продольная (Эйлеровая) форма потери устойчивости. На рисунках 24-31 приведены схемы анализируемых задач

Балка без кругового отверстия и круговым отверстием

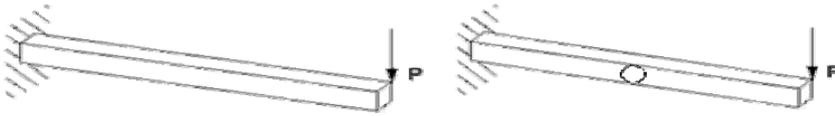


Рис. 24

Рис. 25

Балка с различными отверстиями расположенными внутри
(Слева: схема исследования поперечной формы потери устойчивости,
Справа: схема исследования продольной формы потери устойчивости)

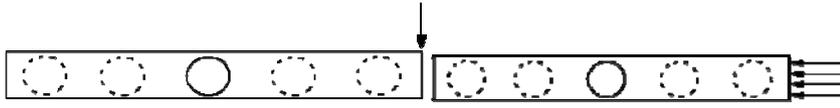


Рис. 26

Рис. 27

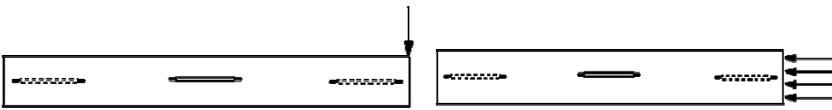


Рис. 28

Рис. 29

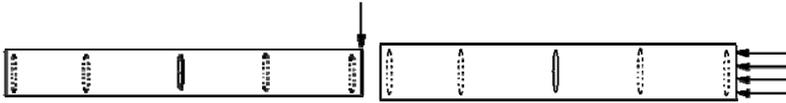


Рис. 30

Рис. 31

На рисунках 32-37 приведены значения критических сил для анализируемых задач

Результаты для различных положений круговых отверстий (в левой колонке показаны результаты для балки без отверстия). Слева: поперечная потеря устойчивости. Справа: критическая сила при продольном изгибе)

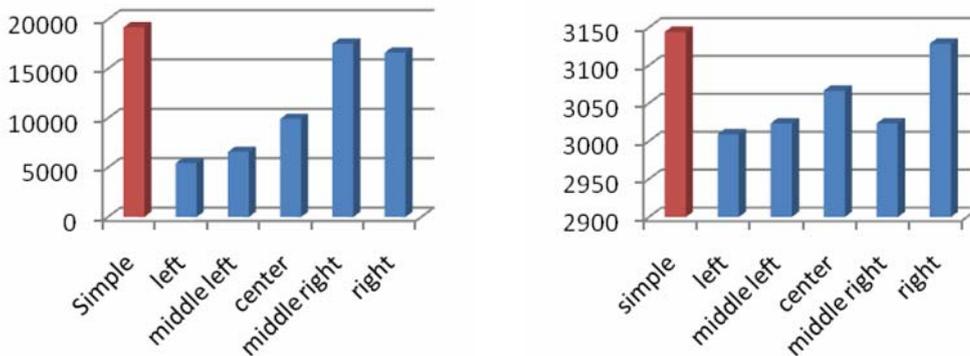


Рис. 32

Рис. 33

Результаты продольного изгиба для различных горизонтальных эллиптических отверстий (в левой колонке показаны результаты балки без отверстия)
Слева: критическая сила при поперечной потере устойчивости.
Справа: при продольном изгибе.

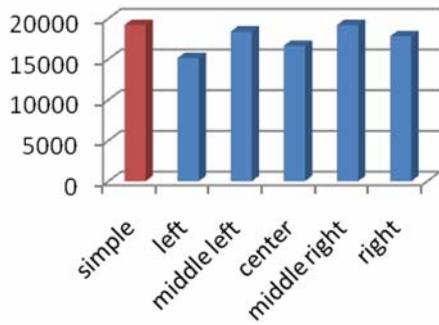


Рис. 34

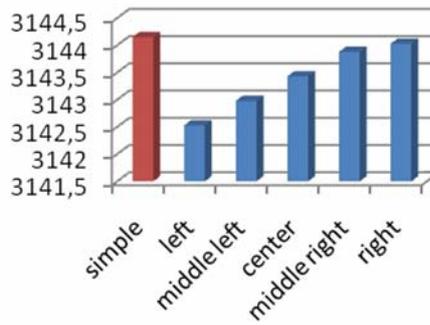


Рис. 35

Результаты продольного изгиба для различных вертикальных эллиптических отверстий (в левой колонке показаны результаты балки без отверстия). Слева: поперечная потеря устойчивости. Справа: критическая сила при продольном изгибе

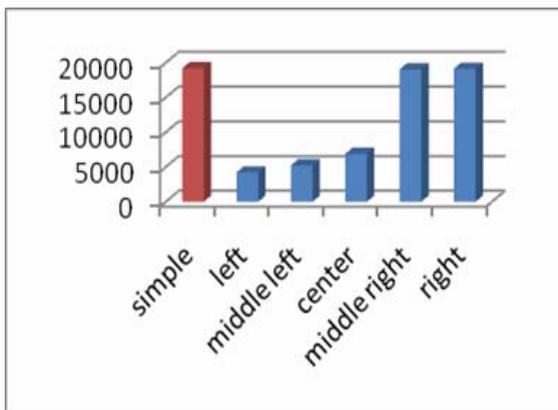


Рис. 36

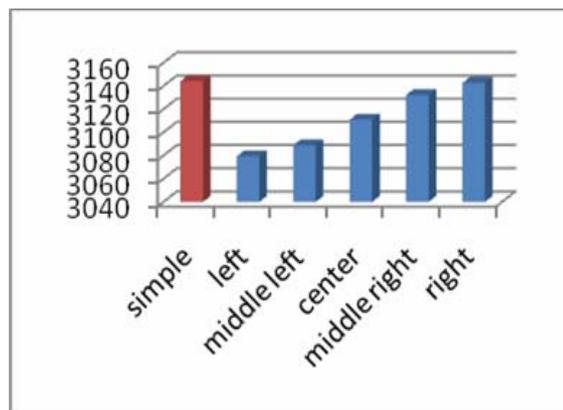


Рис. 37

Заключение

Рассмотрены задачи изгиба, собственных колебаний и устойчивости балки, когда в ней имеются трещины, эллиптические или круглые отверстия.

Исследование проводится на основе метода конечных элементов.

Анализ рассматриваемых задач проводится для разного типа начальных данных, относящихся к геометрии отверстия, трещины и их расположения внутри балки. Применяются две разные модели: для трещин с учетом контакта между ее берегами при внешнем давлении и без контакта.

Разработан также метод, который позволяет эффективно вычислять момент инерции сечения стержня, содержащего круглые или треугольные отверстия. Хотя точность метода ниже чем аналитические или известные численные методы, но его с успехом

можно использовать для вычисления момента инерции сечений, содержащих отверстия сложного профиля.

В результате проведенного анализа установлено, что исследование задач изгиба балки, с учетом существования в ней трещин и отверстий, необходимо провести с помощью элементов типа PLANE, SOLID. Использование PLANE 25 и PLANE 83 и анализ изгиба дает худшие результаты нежели PLANE 42, PLANE 82, PLANE 182 или PLANE 183. Использование элементов типа PLANE 42 и PLANE 82 приемлемо практически во всех исследуемых задачах.

Результаты анализа поведения балки с вертикальной трещиной, когда внешняя нагрузка перемещается по длине и близка к трещине, показывают, что происходит заметное изменение значения максимального прогиба по сравнению с балкой без трещин. Это явление можно использовать для решения обратных задач: по характеру максимального перемещения в зависимости от места применения внешней нагрузки определять место нахождения вертикальной трещины.

Поведение балки с горизонтальным узким эллиптическим отверстием не отличается от поведения балки без отверстий. Это означает, что измерение максимальных перемещений, частот собственных колебаний или критической силы потери устойчивости не позволяют определить место нахождения отверстия.

Трещина расположенная по длине стержня влияет на характеристики балки (во всех численных экспериментах принято, что длина трещины составляет 10% от длины балки) - на максимальный изгиб, на частоту собственных колебаний, на критические нагрузки потери устойчивости (Табл 3,4.5)

Учет контакта без трения между берегами трещин и его пренебрежение не влияет на общее поведение балки с трещиной под давлением, однако распределение нормальных напряжений у вершин трещины отличаются. При учете контакта нормальные напряжения вокруг вершины трещины распределяются симметрично относительно оси трещины, а без учета контакта, они не симметричны.

Частота собственных колебаний балки изменяется по мере изменения места расположения трещины. Многочисленные эксперименты показывают, что существует такое расположение трещины, когда частота собственных колебаний балки с трещиной совпадает с частотой собственных колебаний балки без трещины. Существуют также такие точки расположения трещин, при которых частота колебаний больше, чем соответствующая частота балки без трещины.

При перемещении горизонтальной трещины по высоте стержня (от середины по длине стержня) устойчивость стержня уменьшается по мере приближения трещины к центру.

Влияние места расположения отверстий более значительно для критической величины силы при потере устойчивости плоской формы изгиба, чем для критического значения силы для эйлеровой формы потери устойчивости.

Влияние вертикально расположенных эллиптических (или круглых) отверстий более значительно, когда они расположены ближе к закрепленной части балки.

Сравнение численных результатов с экспериментальными данными в задачах устойчивости плоской формы изгиба показывает их достаточную близость, что доказывает правильность выбранных моделей.

Публикации

1. B. Yazdizadeh, Numerical Analyzing of Beam Bending under Different Loads Locating with Crack and Hole in Center. Proceeding of National Academy of Sciences of Armenia, Mechanics, 2011. 64(1): p. 7.
2. B. Yazdizadeh, Comparison of different Plane Models in finite element software in structural mechanics. Physical And Mathematical Sciences, Proceedings of the Yerevan State University, 2010. 3(6): p. 7.
3. B. Yazdizadeh, Kh. Rahsepar Fard, Beam behavior analysis with triangular hole inside it by bivariate Lagrange mean value Interpolation, The 23rd International Conference of the Jangjeon Mathematical Society(Iran-South Korea), Shahid chamran university of Ahvaz, Ahvaz, Iran, 8-10 Feb 2010.
4. Kh. Rahsepar Fard, B. Yazdizadeh, Bivariate mean value interpolation with application to moment of inertia, The 23rd International Conference of the Jangjeon Mathematical Society(Iran-South Korea), Shahid chamran university of Ahvaz, Ahvaz, Iran, 8-10 Feb 2010.
5. Kh. Rahsepar Fard, B. Yazdizadeh, Bivariatemean value interpolation with application to moment of inertia II, The 4rd Applied Mathematics Conference, Zahedan, Iran 19-21Esfand, 1388, (March 10-12), 2010.

Եզրակացություն

Դիտարկված են հեծանի ծոման, տատանումների և կայունության խնդիրներ, երբ հեծանի ներսում կան ճաքեր, էլիպտիկ կամ կլոր անցքեր:

Հետազոտումը կատարվում է վերջավոր տարրերի մեթոդով.

Դիտարկվող խնդիրների համար կատարվում է վերլուծություն տարբեր տիպի սկզբնական տվյալների դեպքում կախված անցքերի և ճաքերի երկրաչափությունից, հեծանի ներսում նրանց դիրքից, արտաքին բեռից: Ճաքերի համար դիտարկվում են 2 մոդել՝ կոնտակտի հաշվառում, երբ ճաքի ափերը մոտենում են իրար սեղման ժամանակ և առանց կոնտակտի հաշվառման:

Մշակված է մեթոդ, որը հնարավորություն է տալիս արդյունավետ հաշվել կլոր կամ եռանկյուն անցքեր պարունակող կտրվածքի իներցիայի մոմենտը: Թեպետ մեթոդի ճշտությունը ավելի ցածր է, քան անալիտիկ կամ որոշ թվային մեթոդների ճշտությունը, այն հաջողությամբ կարելի է կիրառել բարդ պրոֆիլով անցքեր պարունակող կտրվածքների իներցիայի մոմենտների հաշվարկման համար:

Կատարված վերլուծության հիման վրա պարզվել է, որ ճաքեր և անցքեր պարունակող հեծանի ծոման խնդիրների ուսումնասիրման համար անհրաժեշտ է օգտագործել PLANE և SOLID տիպի տարրեր. PLANE25 և PLANE83 տարրերի օգտագործումը հեծանի ծոման խնդրում տալիս է ավելի վատ արդյունքներ քան PLANE 42, PLANE 82, PLANE 182 կամ PLANE 183 –ների օգտագործումը: PLANE 42, PLANE 82 տարրերը կիրառելի են բոլոր հետազոտվող խնդիրների համար:

Ուղղահայաց ճաք պարունակող հեծանում, երբ արտաքին բեռը տեղափոխվում է հեծանի երկարությամբ և մոտենում է ճաքին, տեղի է ունենում հեծանի մաքսիմալ ճկվածքի կտրուկ

փոփոխություն համեմատած առանց ճաքի հեծանի ճկվածքների հետ: Այդ երևույթը կարելի է օգտագործել հակադարձ խնդիրների լուծման համար. բեռի կիրառման կետի և համապատասխան մաքսիմալ տեղափոխությունների կապից ելնելով, որոշել ուղղահայաց ճաքի տեղը:

Հորիզոնական էլիպտիկ անցք պարունակող հեծանի վարքը չի տարբերվում առանց անցքի հեծանի վարքից: Դա նշանակում է, որ մաքսիմալ տեղափոխությունների, սեփական տատանումների հաճախականության կամ կայունության կորստի կրիտիկական ուժի չափման հիման վրա հնարավոր չի լինի հայտնաբերել անցքի տեղը:

Հեծանի երկայնքով տեղավորված ճաքը (ընդունված է , որ ճաքի երկարությունը կազմում է հեծանի երկարության 10%-ը) որոշակի ազդեցություն է գործում մաքսիմալ ճկվածքի, սեփական տատանումների հաճախականության, կայունության կորստի կրիտիկական ուժի վրա (աղյուսակ 3.4.5)

Առանց շփման կոնտակտի հաշվառումը, երբ ճաքի ավերը մոտենում են իրար ճնշման ուժերի տակ, կամ կոնտակտի անտեսումը չի բերում հեծանի վարքի փոփոխության, բայց ազդեցություն է գործում ճաքի գագաթում լարումների բաշխվածության վրա: Կոնտակտի հաշվառման դեպքում ճաքի ծայրում նորմալ լարումները բաշխվում են համաչափ, իսկ հաշվի չառնելու դեպքում՝ ոչ համաչափ: Հեծանի սեփական տատանումների հաճախությունները փոփոխվում են ճաքի դիրքի փոփոխման հետ միասին: Բազմաթիվ հաշվարկները ցույց են տալիս, որ գոյություն ունի ճաքի այնպիսի դիրք, երբ հեծանի սեփական տատանման հաճախությունը համընկնում է առանց ճաքի հեծանի սեփական տատանման հաճախության հետ: Գոյություն ունեն նաև ճաքի դասավորման այնպիսի կետեր, որտեղ հեծանի սեփական տատանման հաճախությունը ավելի մեծ է առանց ճաքի հեծանի սեփական տատանման հաճախությունից: Հորիզոնական ճաքի տեղափոխմանը (ըստ հեծանի բարձրության) զուգընթաց, հեծանի կայունությունը փոքրանում է, երբ ճաքը մոտենում է հեծանի կենտրոնական մասին: Նման ձևով փոփոխվում է նաև հեծանի մաքսիմալ ճկվածքի մեծությունը միայն թե դեպի մեծացումը:

Անցքերի առկայությունը ավելի մեծ ազդեցություն է թողնում ծռման հարթ տեսքի կայունության կրիտիկական ուժի վրա, քան էլլեյթյան կայունության կրիտիկական ուժի: Ուղղահայաց տեղավորված էլիպտիկ (կամ կլոր) անցքերի ազդեցությունը ավելի մեծ է, երբ նրանք ավելի մոտ են տեղավորված հեծանի ամրացված մասին: Փորձարարական և թվային արդյունքները ճաք ունեցող հեծանի հարթ ծռման կայունության խնդրում բավական մոտ են: Սա ապացուցում է ինչպես մոդելների ճիշտ ընտրությունը, այնպես էլ ընդհանրապես նման խնդրի գոյությունը:

Abstract

Problems of bending, vibration and stability of the beam with cracks, elliptical or circular holes are considered. The study is based on the finite element method. Analysis of these problems is carried out for different types of beam hole geometry, cracks, their location within the beam, the external loads. The different models for cracks are used taking into account the contact between its branches under external pressure or without.

A new method is developed which allows to calculate the effective moment of inertia of the rod containing a round or triangular holes inside. Although the accuracy of the method is lower than the analytical or numerical methods are known, but it can be successfully used to calculate the moment of inertia of sections containing holes of complex profile.

As a result of the analysis it is determined that the study of problems of beam bending, taking into account the existence in it of cracks and holes to hold by elements of type PLANE, SOLID. Using PLANE 25 and PLANE 83 analysis gives worse results of bending than 42 PLANE, PLANE 82, PLANE PLANE 182 or 183. Using the type PLANE 42 and PLANE 82 is acceptable in virtually for all problems under consideration.

The results of analyzing the behavior of a beam with a vertical crack, when the external load is moved along and close to the crack shows that there is a noticeable change in the value of maximum displacement compared to the beam without cracks. This phenomenon can be used for solving inverse problems: the nature of the maximum displacement, depending on the location of external load to determine the location of the vertical cracks.

The behavior of beams with a narrow horizontal elliptical holes is not different from that of beams without holes. This means that the measurement of maximum displacement, natural frequencies or critical buckling force will not identify the location of holes.

The crack is located along the length of rod influences the characteristics of the beam (in all numerical experiments made that the crack length is 10% of the beam length) - the maximum bending at the natural frequency, the critical buckling load (Table 3,4.5)

Account of of contact without friction between the crack and its neglecting does not affect the overall behavior of a beam with a fissure damages under pressure, but the distribution of normal stresses at the crack tip is different. When taking into account the contact normal stresses near crack tip are distributed symmetrically along the axis of the crack. When contact is not taking into account normal stresses are not symmetrical.

Natural frequency of the beam varies with changes of crack location. Numerous experiments show that there is an arrangement of cracks when the frequency of natural vibrations of a beam with a crack coincides with the frequency of vibrations of a beam without cracks. . There is also the location of cracks, such points at which the oscillation frequency is more than a beam without cracks.

When the horizontal displacement of the rod fissure damages in height (from the middle of the rod) the stability of the rod decreases as crack moves to the center.

The influence of the location of the holes more strongly on the load critical value of plane form of bending buckling than the load critical value of the Euler buckling.

Influence of vertical elliptical (or circular) holes more strongly when they are closer to the fixed part of the beam.

Comparison of numerical results with experimental data in problems of stability of plane bending are close enough, which proves the correctness of considered models.