

ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՓԻԼԻՊՈՍՅԱՆ ԴԱՎԻԹ ԳԱԳԻԿԻ

ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ՊԻԵԶՈԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԵՎ
ՄԱԳՆԻՍԱԷԼԵԿՏՐԱԱՌԱԶԳԱԿԱՆ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ

Ա.-02.04.- «Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական
աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

Երևան-2015

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

Пилипосян Давид Гагикович

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТО -
ЭЛЕКТРО-УПРУГИХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.02.04-“Механика
деформируемого твердого тела”

Ереван- 2015

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝

Ֆ.մ.գ. դ. պրոֆեսոր Կ.Բ. Ղազարյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս տ.գ.դ. Ս.Ա. Համբարձումյան
Ֆ.մ.գ. թ. դոցենտ Ս.Հ. Ջիլավյան

Առաջատար կազմակերպություն՝

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական
համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է **29 հունվարի 2016թ. ժ. 14⁰⁰ -ին**, ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող ԲՈՂ-ի «Մեխանիկա»-047 մասնագիտական խորհրդում (Հասցեն՝ 0019, ք Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24/2, avсах@mechins.sci.am)

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 28 դեկտեմբերի 2015 թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, Ֆ.մ.գ. դ.



Ս.Վ. Սահալյան

Тема диссертации утверждена в Институте механики НАН РА

Научный руководитель:

д.ф.м.н. профессор К. Б. Казарян

Официальные оппоненты:

академик НАН РА д.т.н С. А. Амбарцумян

к.ф.м.н. доцент С.А. Джилаван

Ведущая организация:

Национальный политехнический университет Армении

Защита состоится **29-ого января 2016 г. в 14⁰⁰ часов** на заседании специализированного совета ВАК «Механика»- 047, действующего в Институте механики НАН РА

Адрес: Республика Армения, 0019 г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2
avsah@mechins.sci.am.

Автореферат разослан **28-ого декабря 2015 г.**

Ученый секретарь

специализированного совета, д.ф.м.н.



А.В. Саакян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы и научная новизна. В диссертации исследуются вопросы распространения волн Флоке, внутреннего резонанса и фонон-фотон взаимодействия в пьезоэлектрических и электро-магнито-упругих пьезоактивных периодических структурах гексагональной симметрии класса $6mm$. Исследования проведены в рамках полной (динамической) системы уравнений Максвелла, позволяющей исследовать волны Флоке в широком диапазоне частот от низкочастотных упругих волн до высокочастотных электромагнитных волн.

В настоящее время в центре внимания многих исследователей находятся проблемы связанные с распространением волн в периодических средах, где эффекты модуляции физико-механических параметров приводят к многократному отражению волн и возникновению запретных зон (band gaps) для электромагнитных волн в оптическом диапазоне частот, а для упругих волн в акустическом диапазоне частот. В научной литературе термин фонон/фотон кристалл (phonon/photon) относится к упругим или диэлектрическим материалам с периодическими характеристиками, термин волны Флоке относится к волнам в периодических средах, имеющие запретные зоны частот. Фонон кристаллы находят применение в сфере телекоммуникаций и оптической вычислительной техники, а фонон кристаллы широко применяются в приборах и устройствах фильтрации и снижения шума акустических и упругих волн.

Исследования по волнам в однонаправленной периодической структуре исходят от работы Релея (1887). Математические аспекты распространения волн в периодических кристаллических решетках и диэлектриках на основе теории Флоке (1883) были изложены в монографии Бриллюэна (1953). Исследование, где теоретически были подтождены экспериментальные работы, устанавливающие возможность существования запретных диапазонов частот для электромагнитных волн было опубликовано Яблоновичем (1985). Эта работа Яблоновича послужила толчком к многочисленным теоретическим и экспериментальным вопросам, посвященным распространению упругих и электромагнитных волн в периодических структурах. В настоящее время опубликованы несколько тысяч статей по электромагнитным волнам, в то время как число статей по упругим волнам достигает порядка ста пятидесяти. Первые работы по распространению волн Флоке в пьезоактивных периодических структурах датируются 1995 г. Были исследованы структура и формирование запретных зон пьезо-фонон кристаллов и проанализированы эффекты воздействия пьезоэлектричества на условия возникновения запретных зон. В большинстве исследований для описания электромагнитного поля в пьезокристалле, принимается модель квазистатического приближения. Квазистатическое приближение уравнений Максвелла является мощным аппаратом решения динамических задач пьезоупругости, позволяющим с большой точностью исследовать процессы в пьезоактивных средах в низкочастотном акустическом диапазоне. Динамика упруго-электромагнитного взаимодействия пьезоэлектриков имеет очень широкий спектр применения и именно этот аспект привлек внимание ученых армянской школы механиков С.А. Амбарцумяна, усилиями которых в рамках модели квазистатического приближения был исследован важный класс проблем распространения сдвиговых и поверхностных волн, дифракции волн в слоистых пьезоактивных средах.

Однако существуют задачи, где модель квазистатического приближения не применима. В частности, в рамках этой модели нельзя объяснить эффект поляритона (polariton) в периодических пьезоэлектриках, изученного в работе Янга и др. (2005), а

также исследовать задачу отражения и преломления электромагнитных волн в пьезоэлектриках, рассмотренную Белубекяном (2009).

Многokратное отражение не является единственным механизмом формирования запретных зон распространения электромагнитных и упругих волн. В пьезоэлектрических кристаллах эффекты упруго-оптической взаимосвязи также могут служить причиной генерации запретных зон частот. В ионическом кристалле связь между колебаниями кристаллографической решетки и электромагнитными волнами приводит к эффекту внутреннего резонанса фонон-поляритон с характерными запретными зонами распространения в инфракрасном диапазоне. В пьезоэлектрических и в электро-магнито-упругих периодических структурах взаимосвязь между упругими колебаниями кристаллографической решетки и электромагнитной волны также приводит к эффекту фонон-поляритон, но уже в микроволновом диапазоне. Фонон-поляритон составная квазичастица, возникающая при взаимодействии фотонов и акустических возбуждений среды. Взаимодействие электромагнитных волн с возбуждениями среды, приводящее к их связи, становится особенно сильным, когда их частоты совпадают (резонанс). В этой области образуются связанные волны, т. е. поляритоны которые обладают характерным законом дисперсии. Их энергия состоит частично из электромагнитной энергии и частично из энергии собственных акустических возбуждений среды. Сегодня поляритоны приобрели огромное практическое значение, поскольку с их помощью можно обеспечить фокусировку электромагнитного излучения для повышения эффективности его поглощения и сделать возможным создание новых низко температурных лазеров.

Целью диссертационной работы является

- Исследование вопросов распространения связанных антиплоских упругих и электромагнитных волн Флоке в периодических составных пьезоэлектрических структурах при различных интерфейсных условиях контакта.
- Исследование связанных антиплоских упругих и электромагнитных волн Флоке в периодическом пьезоэлектрическом составном волноводе с однородными (неизменяющимися) или альтернативно периодически изменяющимися граничными условиями на стенках волновода
- Исследование эффекта внутреннего резонанса-поляритона в пьезоэлектрических и электро-магнито-упругих пьезоактивных периодических структурах
- Исследование вопросов распространения поверхностных антиплоских волн в слоистых упругих и магнито-электро-упругих системах

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах Института механики НАН Армении и на конференциях:

2015	IV Международная конференция “Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела. Цахкадзор, Армения
2015	Joint British Mathematical Colloquium & British Applied Mathematics Colloquium, Cambridge, UK.
2014	VIII Международная конференция «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред» Горис -Степанакерт, Армения.
2013	PHONONICS 2013: 2nd International Conference “Phononic Crystals/Metamaterials, Phonon Transport and Optomechanics”, Egypt.

- 2012 International Conference, Smart Materials, Adaptive Structures & Intelligent Systems (SMASIS), USA.
- 2012 International Conference «Topical Problems of Continuum Mechanics», dedicated to the centenary of academician N.Kh. Arutyunyan, Tsakhkadzor, Armenia

По теме диссертации опубликовано 12 работ .

Структура и объем работы: Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, списка использованной литературы из 154 наименований, содержит 129 страниц машинописного текста и 88 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** сформулированы актуальность и цель диссертационной работы. Изложены защищаемые положения, их научная новизна и значение. Приведён обзор по теме диссертации.

В **первой главе** рассмотрены задачи распространения антиплоских волн в упругих и пьезоэлектрических периодических структурах.

В **параграфе 1.1** приводятся основные положения и соотношения теории электро-магнито-упругих пьезоактивных материалов. Эти материалы одновременно обладают как свойствами пьезоэлектричества и так и пьезомагнетизма и описываются материальными соотношениями

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c} : \mathbf{S} - \mathbf{e} \cdot \mathbf{E} - \mathbf{d} \cdot \mathbf{H}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{e} : \mathbf{S} + \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{g} \cdot \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{d} : \mathbf{S} + \mathbf{g} \cdot \mathbf{E} + \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}, \quad (1)$$

Соотношения (1) рассматриваются совместно с уравнениями движения и полной системой уравнений Максвелла

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}; \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \quad \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

Здесь $\boldsymbol{\sigma}$, \mathbf{S} , $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\mu}$ и \mathbf{g} - тензоры напряжения, деформации, диэлектрической проницаемости, магнитной проницаемости и магнито-электрического взаимодействия второго ранга, \mathbf{e} и \mathbf{d} - тензоры пьезоэлектрического и пьезомагнитного модулей третьего ранга, \mathbf{c} -тензор упругих модулей четвертого ранга, \mathbf{D} , \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{H} , \mathbf{u} - векторы электрического смещения, электрического поля, магнитной индукции, магнитного поля и упругого перемещения, соответственно. Точка соответствует операции свертки тензора, двоеточие соответствует операции двойной свертки тензора.

В **п. 1.2.** рассматривается задача распространения отдельных (не связанных) сдвиговых упругих волн и электромагнитных волн ТЕ моды в одномерной периодической структуре, состоящей из двух различных упругих или диэлектрических материалов идеально скрепленных друг с другом. Получены дисперсионные уравнения, определяющие запретные зоны частот как для сдвиговых упругих волн, так и электромагнитных волн ТЕ моды.

В **п. 1.3.** рассматривается задача распространения связанных сдвиговых волн Флоке в одномерной периодической пьезоэлектрической структуре, с элементарной

ячейкой состоящем из двух пьезоэлектрических кристаллов гексагональной симметрии класса 6mm, в случае когда волны распространяются в плоскости Оху, перпендикулярной к кристаллографической оси кристаллов (Рис 1).

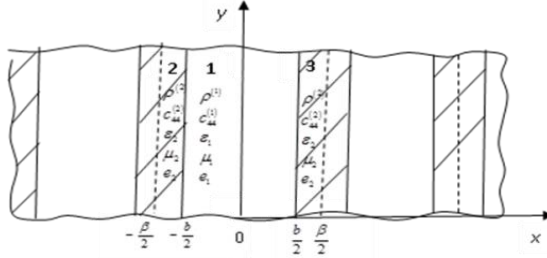


Рисунок 1. Периодическая ячейка состоящая из двух пьезоэлектрических материалов.

Задача решена в рамках полной системы уравнений Максвелла на основе теории Флоке для четырех видов контактных интерфейсных условий на линии раздела материалов: идеальный механический и электромагнитный контакт, неполный электрозамкнутый контакт с непрерывными перемещениями и напряжениями, неполный магнито-замкнутый контакт с непрерывными перемещениями и напряжениями, неполный механический контакт с непрерывными тангенциальными компонентами векторов электрического и магнитного полей. В случае идеального контакта получены дисперсионные уравнения в виде

$$\begin{cases} \cos(\beta k) = \frac{1}{4}(-f + \sqrt{f^2 + 4g - 8}) \\ \cos(\beta k) = \frac{1}{4}(-f - \sqrt{f^2 + 4g - 8}) \end{cases} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} f(p, \omega) &= -2\cos(bq_1)\cos(aq_2) - 2\cos(br_1)\cos(ar_2) + Q\sin(bq_1)\sin(aq_2) \\ &+ \frac{p^2 R_1^2 \sin(aq_2)\sin(br_1)}{G_{10}q_2r_1} + \frac{p^2 R_2^2 \sin(bq_1)\sin(ar_2)}{G_{20}q_1r_2} + G\sin(br_1)\sin(ar_2) \\ g(p, \omega) &= 2 + 2\cos(br_1)\cos(ar_2)(2\cos(bq_1)\cos(aq_2) - Q\sin(bq_1)\sin(aq_2)) + \\ &+ 2p^2[(K_1\sin(bq_1)\sin(br_1) - K_1\sin(bq_1)\sin(br_1)\cos(aq_2)\cos(ar_2) + \\ &+ K_2\sin(aq_2)\sin(ar_2) - K_3\cos(bq_1)\cos(ar_2)\sin(aq_2)\sin(br_1) + \\ &- K_4\cos(aq_2)\cos(br_1)\sin(bq_1)\sin(ar_2) - K_2\cos(bq_1)\cos(br_1)\sin(aq_2)\sin(ar_2)] - \\ &- 2\bar{G}\cos(bq_1)\cos(aq_2)\sin(br_1)\sin(ar_2) + Q\bar{G}\sin(bq_1)\sin(aq_2)\sin(br_1)\sin(ar_2) + \\ &+ p^4 K_1 K_2 \sin(bq_1)\sin(aq_2)\sin(br_1)\sin(ar_2) \end{aligned}$$

$$\hat{G} = \frac{G_{10}r_1}{G_{20}r_2} + \frac{G_{20}r_2}{G_{10}r_1}, \quad Q = \frac{q_2^2 \varepsilon_1^2 + q_1^2 \varepsilon_2^2}{q_1 q_2 \varepsilon_1 \varepsilon_2}, \quad R_1 = \frac{e_2 \varepsilon_1 - e_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \sqrt{\varepsilon_2}}, \quad R_2 = \frac{e_2 \varepsilon_1 - e_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_2 \sqrt{\varepsilon_1}}, \quad K_1 = \frac{R_2^2}{G_{10} q_1 r_1},$$

$$K_2 = \frac{R_1^2}{G_{20} q_2 r_2}, \quad K_3 = \frac{R_1^2}{G_{10} q_2 r_1}, \quad K_4 = \frac{R_2^2}{G_{20} q_1 r_2}, \quad a = \beta - b, \quad r_j = \sqrt{\rho^{(j)} \omega^2 / c_{44}^{(j)} - p^2},$$

$$q_j = \sqrt{\omega^2 \varepsilon^{(j)} \mu^{(j)} - p^2}, \quad G_{j0} = c_{44}^{(j)} + e_j^2 / \varepsilon^{(j)}, \quad j=1, 2, \quad k, p - \text{волновые числа, относящиеся}$$

к направлениям x, y , соответственно, ω - частота волны.

Особенностью этой задачи является случай, когда периодическая структура состоит из одинаковых пьезоэлектрических кристаллов, но с противоположной поляризацией. В этом случае все физические параметры остаются неизменными, а пьезоэлектрический коэффициент меняет знак. В научной литературе эта периодическая структура известна, как супер-решетка (superlattice). Дисперсионные уравнения для этого случая имеют вид

$$\cos(ak_0) = \frac{1}{2} (\cos(2aq) + \cos(2ar)) - 2 \frac{e^2 p^2}{G_0 q r \varepsilon} \sin(aq) \sin(ar) \quad (4)$$

$$\pm \sqrt{\left(\cos(aq)^2 - \cos(ar)^2 \right)^2 - 4 \frac{e^2 p^2}{G_0 q r \varepsilon} (\cos(aq) - \cos(ar))^2 \sin(aq) \sin(ar)}$$

На Рис.2 приведена зависимость приведенной частоты $\omega \beta c_1^{-1}$ от приведенного волнового числа $k\beta$ в первой зоне Бриллюэна $0 < k\beta < \pi$, β -период структуры.

Анализ показывает, что пьезоэффект существенно изменяет структуру запрещенных зон. Установлено, что первая и вторая запрещенные зоны возникают в диапазоне тех частот, где запрещенные зоны отсутствуют, когда пьезоэффект не учитывается. Ширина запрещенных зон для пьезоэлектрических кристаллов расширяется в высокочастотном диапазоне, в то время как в этом диапазоне этих зон практически нет, если пьезоэлектрический эффект отсутствует. В оптических частотах структура запрещенных зон не зависит от пьезоэлектрического эффекта.

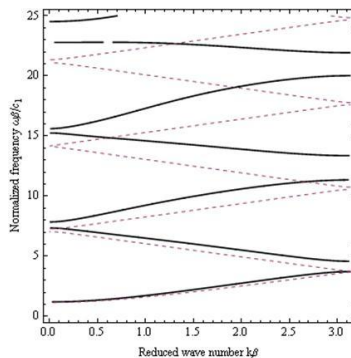


Рис.2 Распределение запрещенных зон для периодической структуры из кристаллов PZT-4 и BaTiO_3 . Сплошные и пунктирные линии относятся к дисперсионным кривым с пьезоэлектрическим эффектом и без учета пьезоэлектрического эффекта, соответственно

Задачи неполного контакта не могут быть получены из задачи полного контакта. Эти задачи решаются отдельно. В отличие от случая полного контакта, где волновой процесс описывается двумя уравнениями, характеризующие две связанные волны с различными фазовыми скоростями, в случае интерфейсных условий неполного контакта волновой процесс описывается только одним дисперсионным уравнением и только одна связанная электро-упругая волна распространяется в этих системах. В случае электрозамкнутого неполного контакта дисперсионное уравнение можно записать в виде

$$\cos(k\beta) = \frac{g(p, \omega)}{f(p, \omega)}, \quad (5)$$

Где

$$g(p, \omega) = \gamma_1 \left(J \left(\cos(aq_2) \cos(ar_2) - 1 \right) \sin(bq_1) + \cos(bq_1) \cos(ar_2) \sin(aq_2) \right) \times \\ \times \sin(br_1) + \left(\cos(ar_2) \sin(aq_2) + \gamma_2 \cos(aq_2) \sin(ar_2) \right) \cos(br_1) \sin(bq_1) + \\ + \left(\gamma_1 \gamma_2 \cos(bq_1) \cos(aq_2) \sin(br_1) - R_1 \sin(aq_2) \right) \sin(ar_2) \\ + \gamma_2 \cos(aq_2) \sin(ar_2) \cos(br_1) \sin(bq_1),$$

$$f(p, \omega) = \left(\sin(bq_1) + \gamma_1 \sin(br_1) \right) \left(\sin(bq_2) + \gamma_2 \sin(ar_2) \right),$$

$$R_1 = \frac{\left(\gamma_2^2 + \gamma_1^2 \left(\gamma_2^2 + J^2 \left(\gamma_2^2 + 1 \right) \right) \right) \sin(bq_1) \sin(br_1) - 2\gamma_1 \gamma_2^2 \left(\cos(bq_1) \cos(br_1) - 1 \right)}{2J\gamma_1\gamma_2},$$

$$\gamma_1 = \frac{e_1^2 p^2}{G_1 \varepsilon_1 q_1 r_1}, \quad \gamma_2 = \frac{e_2^2 p^2}{G_2 \varepsilon_2 q_2 r_2}, \quad J = \frac{e_2^2 q_1 \varepsilon_1}{e_1^2 q_2 \varepsilon_2}.$$

Отличительной особенностью этого случая является то обстоятельство, что запретные зоны частот могут возникать, когда материалы в структуре идентичны. В этом случае данная система фактически становится периодической системой интерфейсов, где напряженность магнитного поля испытывает скачок. В этом случае дисперсионное уравнение имеет вид ($b=a$)

$$\cos(ak_0) = \frac{\cos(ar) \sin(aq) + \gamma \cos(aq) \sin(ar)}{\sin(aq) + \gamma \sin(ar)}, \quad \gamma = e^2 p^2 (G \varepsilon q r)^{-1}, \quad (6)$$

В п. 1.4. исследована задача распространения сдвиговых волн в упругом волноводе периодической структуры, состоящей из трёх различных материалов с однородными (неизменяющимися) или альтернативно изменяющимися граничными условиями на стенках волновода. В рамках теории Флоке, используя аппарат матрицы перехода (transfer matrix), задача определения зависимости волновых чисел Флока от частоты волны сведена к задаче определения собственных чисел ортогональной блок-матрицы. Аналитически и численно проведён анализ дисперсионных соотношений

структуры запретных зон частот сдвиговых волн. В случае альтернативных граничных условий задача решена численно. Показано, что в случае альтернативных граничных условий возможно смещение запретных зон частот к середине зоны Бриллюэна.

В п. 1.5. рассматривается распространение связанных антиплоских упругих и электромагнитных волн в одномерном периодическом пьезоэлектрическом волноводе состоящем из двух различных пьезоэлектрических кристаллов гексагональной симметрии класса 6mm с кристаллографическими осями вдоль оси Oz.

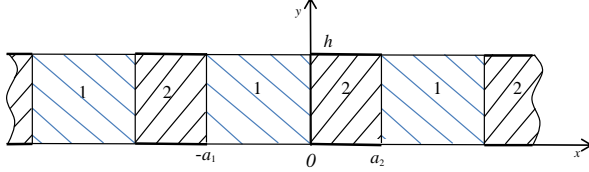


Рис.4 Периодический волновод из двух пьезоэлектрических кристаллов .

Задача решалась для однородных (неизменяющихся) граничных условий или периодически альтернативно изменяющихся граничных условий на стенках волновода. Разлагая электромагнитное поле, упругие перемещения и напряжения определенные на интервале периода в ряд по собственным функциям в рамках теории Флоке и метода трансформации матрицы задача была сведена к решению задачи определения собственных чисел (волновых чисел Флоке) ортогональной блок-матрицы.

Для однородных граничных условий задача решается аналитически. В этом случае структура мод решений не зависит от параметров материала и поэтому возможно разделение переменных. Дисперсионное уравнение имеет вид (2), где

$$f(p, \omega) = -2(Ac + Opt) + (Q_1 + Q_2), \quad g(p, \omega) = 2(2Ac Opt + 1) + Q_1 Q_2 + 2(Q_1 R_1 + Q_2 R_2),$$

$$P = \cos(a_1 q^{(1)}) \cos(a_2 q^{(2)}) - \frac{q^{(1)2} \varepsilon^{(2)2} + q^{(2)2} \varepsilon^{(1)2}}{2q^{(1)2} q^{(2)2} \varepsilon^{(1)} \varepsilon^{(2)}} \sin(a_1 q^{(1)}) \sin(a_2 q^{(2)})$$

$$A = \cos(a_1 s^{(1)}) \cos(a_2 s^{(2)}) - \frac{G^{(1)2} s^{(1)2} + G^{(2)2} s^{(2)2}}{2s^{(1)2} s^{(2)2} G^{(1)} G^{(2)}} \sin(a_1 s^{(1)}) \sin(a_2 s^{(2)})$$

$$R_{1,2} = -\cos(a_{1,2} q^{(1,2)}) \cos(a_{2,1} s^{(2,1)}) + \frac{G^{(1,2)} r^{(1,2)} \sin(a_{2,1} s^{(2,1)})}{G^{(2,1)} r^{(2,1)} \sin(a_{1,2} s^{(1,2)})} (1 - \cos(a_{1,2} q^{(1,2)}) \cos(a_{1,2} s^{(1,2)})), \quad (7)$$

$$Q_{1,2} = \frac{p^2 (e^{(1)} \varepsilon^{(2)} - e^{(2)} \varepsilon^{(1)})^2 \sin(a_{1,2} s^{(1,2)}) \sin(a_{2,1} q^{(2,1)})}{G^{(1,2)} s^{(1,2)} \varepsilon^{(1,2)2} e^{(2,1)} q^{(2,1)}},$$

На рис.5 приводятся дисперсионные кривые для волновода, стенки которого электрозамкнуты и упруго закреплены, в случае когда отношение ширины волновода к периоду равно 0.4.

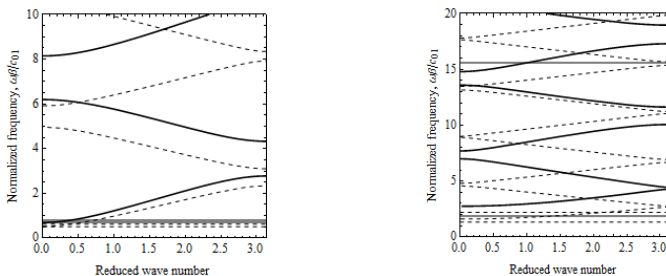


Рис.5 Структура запретных зон периодического пьезоэлектрического волновода а) PZT-4/ LiO_3 где $\beta/h=0.2$ и б) PZT-4/ BaTiO_3 где $\beta/h=0.2$. Сплошные и пунктирные линии показывают дисперсионные кривые с пьезоэлектрическим эффектом и без учета пьезоэлектрического эффекта.

Вторая глава посвящена исследованию упруго- электромагнитного внутреннего резонанса – поляритона в периодических пьезоэлектрических и электро-магнито-упругих пьезоактивных структурах.

В п. 2.1. даны общие характеристики эффекта внутреннего резонанса и поляритона в различных структурах.

В п. 2.2. исследовано упруго- электромагнитное взаимодействие в периодическом пьезоэлектрическом волноводе, которое приводит к эффекту внутреннего резонанса упругих и электромагнитных волн-поляритона в акустическом и оптическом диапазоне частот (Рис. 6,7).

На основе анализа дисперсионного уравнения (5,6), полученного в рамках точной постановки, в длинноволновом диапазоне частот, когда длина волны намного превосходит период волновода, установлено наличие внутреннего резонанса упругих и электромагнитных волн (Рис 6). Установлен также резонанс в коротковолновом оптическом диапазоне частот (Рис 7)

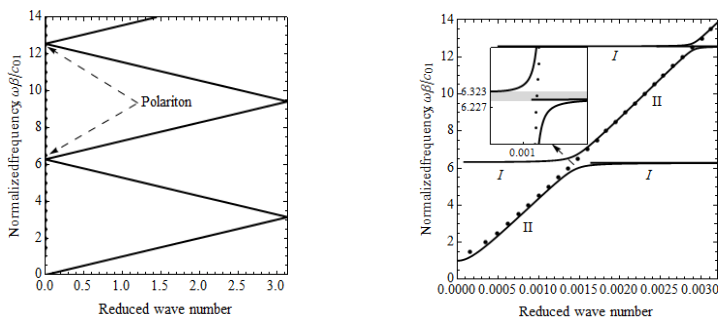


Рис 6. Дисперсионные кривые для суперрешетки состоящего из противоположно поляризованных PZT-4. Кривая из точек соответствует дисперсионной кривой электромагнитной волны без учета пьезоэффекта.

Здесь резонанс имеет место в окрестности $k\beta \sim 0.0012$; $\omega \sim 6.3c_1\beta^{-1}$ с запретной зоной частоты вблизи резонанса, когда отношение ширины волновода к периоду равно 0.5, (c_1 - скорость упругой волны)

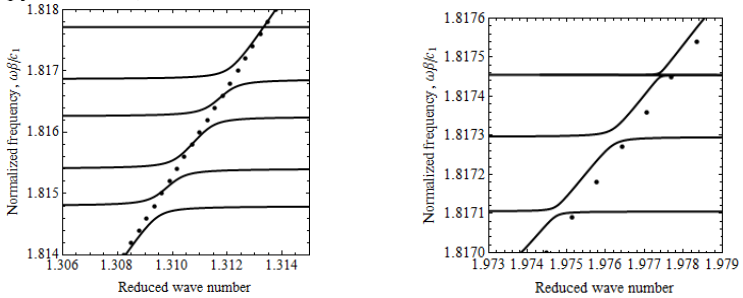


Рис 7. Дисперсионные кривые в оптических диапазонах и при $\beta/h=0.4$, для волновода из противоположно поляризованных кристаллов PZT-4 и для периодического пьезоэлектрического волновода из двух различных кристаллов PZT-4 и BaTiO₃. Кривые из точек соответствуют дисперсионным кривым электромагнитной волны без учета пьезоэффекта

Здесь резонанс упругих и электромагнитных волн имеет место в коротковолновом оптическом диапазоне частот в окрестности $k\beta \sim 1.31$; $\omega \sim 1.8145c\beta^{-1}$ для суперрешетки из противоположно поляризованных кристаллов PZT-4 в окрестности $k\beta \sim 1.977$; $\omega \sim 1.8735c\beta^{-1}$ для периодического пьезоэлектрического волновода из кристаллов PZT-4 и BaTiO₃, с скоростью электромагнитных волн.

В п. 2.3. рассмотрено распространение поперечной волны вдоль оси Oz в одномерной периодической структуре состоящей из двух различных магнито-электро-упругих пьезоактивных кристаллов с кристаллографическими осями направленными вдоль оси Oz. (Рис.8)

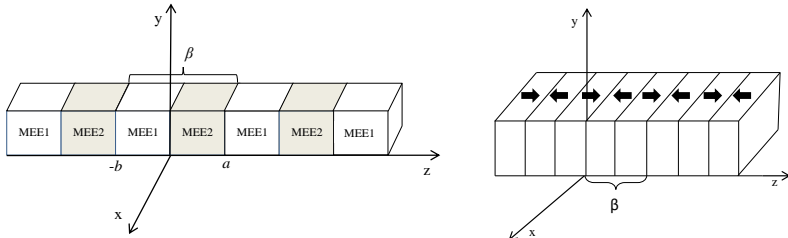


Рис.8 Одномерная периодическая магнито-электро-упругая структура и суперрешетка, направление кристаллографических осей отмечены стрелками

Исследование упруго- электромагнитного взаимодействия проведено аналитически в точной постановке и на основе метода длинноволнового приближения Установлено, что для одномерных поперечных волн влияние пьезоэффекта на структуру запретных зон частот, обусловленных многократным отражением не существенно. Однако акусто-оптическое взаимодействие здесь довольно сильно, что приводит к

резонансу между упругими и электромагнитными волнами и генерции поляритона(Рис.9).

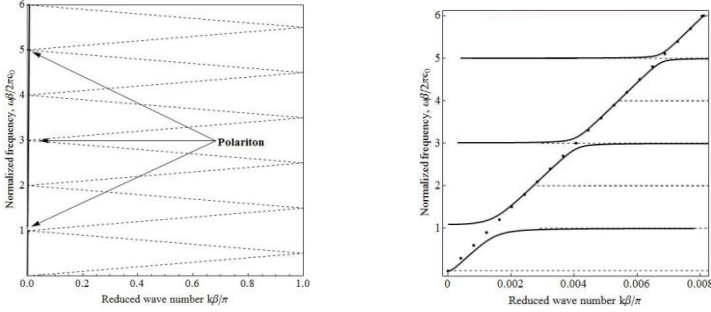


Рис.9 Дисперсионные кривые для суперрешетки из электро-магнито-упругого пьезоактивного кристалла $BaTiO_3-CoFe_2O_4$

Здесь внутренний резонанс в акустическом диапазоне частот наблюдается в окрестности $k\beta \sim 0.0012\pi; \omega \sim c_a\beta^{-1}$.

В п. 2.4 эффект поляритона изучен также на основе метода длинноволнового приближения для вязкоупругой суперрешетки. Дисперсионное уравнение, определяющее две связанные волны, имеет вид

$$\left(\frac{kc}{\omega}\right)^2 = \varepsilon(\omega)\mu(\omega) - g^2(\omega), \quad (8)$$

Здесь $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$, $\varepsilon(\omega) = \varepsilon + e_0^2\tilde{R}_m(\omega)$, $g(\omega) = g + e_0d_0\tilde{R}_m(\omega)$, $\mu(\omega) = \mu + d_0^2\tilde{R}_m(\omega)$,

$$\tilde{R}_m(\omega) = \frac{4\omega_m^2}{c_{44}(\omega_m^2 - \omega^2 - i\tilde{\gamma}_m\omega)}, \quad \omega_m = 2\pi m\beta^{-1}c_a, c_a = \sqrt{c_{11}/\rho}, \quad \tilde{\gamma}_m = \eta_{44}\omega_m^2/c_{44}.$$

η_{44} -коэффициент вязкости, c, c_a -скорости упругой и электромагнитной волн, ω_m -резонансная частота

В случае неперiodического пьезоактивного кристалла дисперсионное уравнение имеет вид (r - коэффициент электро-магнито-механической связи)

$$\left(1 - (\varepsilon\mu - g^2)\frac{\omega^2}{k^2}\right)\left(1 - \frac{\rho}{c_{44}}\frac{\omega^2}{k^2}\right) = \frac{r\omega^2(\varepsilon\mu - g^2)}{k^2}, \quad r = \frac{d^2\varepsilon + e^2\mu - 2deg}{c_{44}(\varepsilon\mu - g^2)} \quad (9)$$

Из анализа этого уравнения следует, что в не периодическом пьезоактивном кристалле взаимосвязь упругих и электромагнитных волн весьма слаба, в то время как в периодической структуре эта взаимосвязь приводит к резонансу.

Сравнение дисперсионных кривых точного аналитического решения и длинноволнового приближения показывает хорошее согласие (Рис 10).

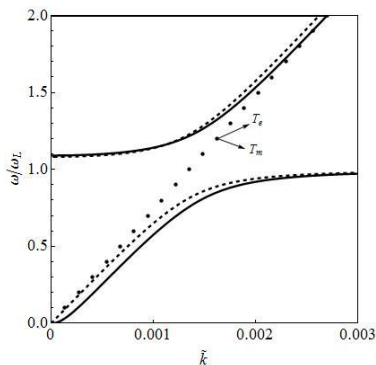


Рис.10. Дисперсионные кривые суперрешетки, состоящей из противоположно поляризованных магнето-электро-упругих кристаллов. Сплошная линия соответствует аналитическому решению. Пунктирная линия - решение длинноволнового приближения. Кривая из точек соответствует дисперсионной кривой электромагнитной волны без учета пьезоэффекта.

Длинноволновое приближение также может быть использовано для исследования функции эффективной диэлектрической и магнитной проницаемостей, как функции частоты. Дисперсионная кривая на рисунке 9 показывает эффект поляритона вблизи первой резонансной частоты, где мнимая часть волнового вектора указывает на то, что волна затухает. Реальная часть функции магнитной проницаемости $\mu(\omega)$ (рис.11) около резонансной частоты принимает отрицательное значение, а реальная часть диэлектрической $\varepsilon(\omega)$ (рис.12) функции остается положительным.

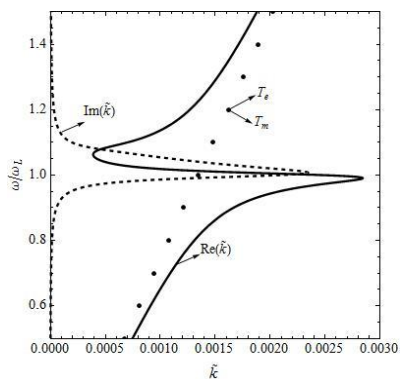


Рис.11. Реальные и мнимые части дисперсионной кривой. Кривая из точек относится к оптическим волнам без учета пьезоэффекта.

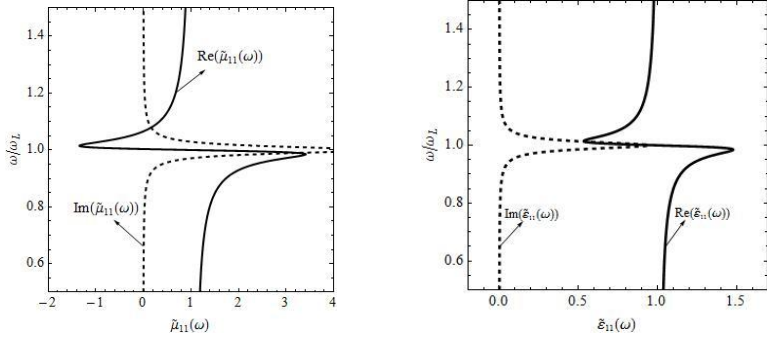


Рис.12. Реальные и мнимые части диэлектрической функции и магнитной проницаемости

В параграфе §2.5 в длинноволновом приближении исследован случай одномерных продольных колебаний магнито-электро-упругой суперрешетки

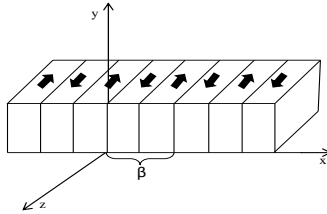


Рис.10. Одномерная периодическая магнито-электро-упругая суперрешетка, направления кристаллографических осей отмечены стрелками

В этом случае дисперсионное уравнение имеет вид

$$k^4 + k^2 \omega^2 (2g_{11}g_{33}(\omega) - \mu_{11}\epsilon_{33}(\omega) - \epsilon_{11}\mu_{33}(\omega)) + \omega^4 (\epsilon_{11}\mu_{11} - g_{11}^2)(\epsilon_{33}(\omega)\mu_{33}(\omega) - g_{33}^2(\omega)) = 0$$

Где $\epsilon_{33}(\omega) = \epsilon_{33} + e^2 R_m(\omega)$, $\mu_{33}(\omega) = \mu_{33} + d^2 R_m(\omega)$, $g_{33}(\omega) = g_{33} + ed R_m(\omega)$,

$$R_m(\omega) = \frac{4\omega_m^2}{c_{11}(\omega_m^2 - \omega^2 - i\gamma_m \omega)}, \quad \gamma_m = \eta_{11} \omega_m^2 / c_{11},$$

η_{11} - коэффициент вязкости, ω_m - резонансная частота

Дисперсионное уравнение является кубическим относительно квадрата частоты ω^2 и определяет три связанные волны.

Для чисто упругого материала при отсутствии пьезоэффекта имеем три отдельные независимые волны, упругая продольная волна с фазовой скоростью $c_a = \sqrt{c_{11}/\rho}$, и две электромагнитные волны мод ТЕ и ТМ с фазовыми скоростями $c_e = (\epsilon_{11}\mu_{33})^{-1/2}$ и

$c_d = (\varepsilon_{33}\mu_{11})^{-1/2}$. В случае пьезоэлектрической сверхрешетки это уравнение распадается на два уравнения: электромагнитной волны моды ТМ $c_d^2 k^2 - \omega^2 = 0$, связанной электромагнитной волны ТЕ и продольной упругой волны $(c_e k/\omega)^2 = \varepsilon_{33}(\omega)$. Для пьезомагнитной сверхрешетки имеем дисперсионные уравнения для электромагнитной волны ТЕ $c_e^2 k^2 - \omega^2 = 0$ и для связанной электромагнитной волны ТЕ и продольной упругой волны $(c_d k/\omega)^2 = \mu_{33}(\omega)$. В магнито-электро-упругой суперрешетки все три волны-продольно-упругая и две электромагнитные волны ТЕ, ТМ мод связываются вследствие взаимодействия электромагнитных и упругих волн.

На основе анализа дисперсионного уравнения для различных материалов ($\gamma_1 = 0.03 \eta_{11} \omega^2 / c_{11}$) на рис (13-15) приведены дисперсионные кривые вблизи резонанса для трех решеток, для пьезомагнитной суперрешетки (CoFe2O), пьезоэлектрической суперрешетки (BaTiO3) и магнито-электро-упругой суперрешетки (BaTiO3-CoFe2O4). Кривые из точек соответствуют дисперсионным кривым электромагнитных волн ТЕ, ТМ мод без учета пьезоэффекта.

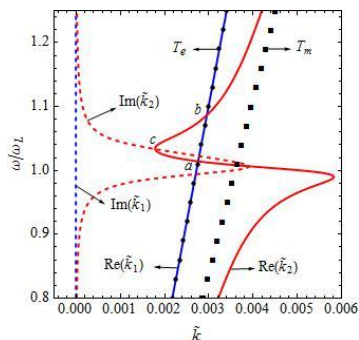


Рис.13. Дисперсионные кривые вблизи резонанса для пьезомагнитной суперрешетки CoFe₂O₄

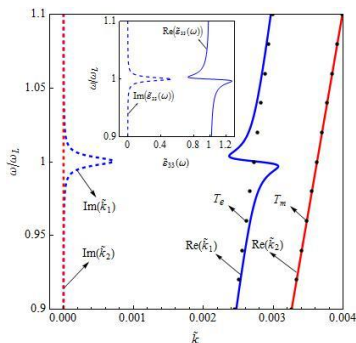


Рис.14. Дисперсионные кривые вблизи резонанса для пьезоэлектрической суперрешетки BaTiO₃

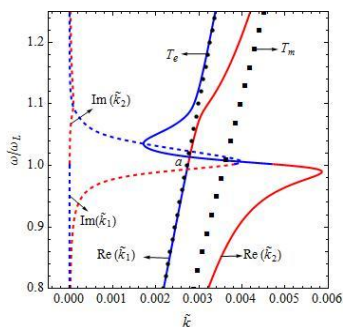


Рис.15. Дисперсионные кривые вблизи резонанса для магнито-электро-упругой суперрешетки (BaTiO₃-CoFe₂O₄)

Сравнение дисперсионных кривых показывает, что поляритон магнито-электро-упругой суперрешетки демонстрирует свойства, отличные от пьезоэлектрических и пьезомагнитных поляритонов. В обоих случаях пьезоэлектрического поляритона (синяя кривая) и пьезомагнитного поляритона (красная кривая) существует запретная зона около резонансной частоты. Однако для суперрешетки из магнито-электро-упругого кристалла, из-за магнито-электрического эффекта, два поляритона взаимодействуют друг с другом, что приводит к отсутствию запретной зоны около резонансной частоты.

Глава 3 посвящена исследованию вопросов распространения поверхностных антиплоских волн в слоистых упругих и магнито-электро-упругих пьезоактивных системах

В параграфе **3.1** рассмотрена задача распространения волны типа Лява в слоистой системе состоящей из неоднородного слоя находящегося в условиях контакта с двумя однородными подпространствами. Рассмотрено два типа неоднородности. Изучены эффекты влияния параметра неоднородности на условия существования и устраниения поверхностной волны

В параграфе **3.2** в рамках квазистатической модели рассмотрены задачи о распространении поверхностной антиплоской сдвигой упругой волны на границе раздела двух магнито-электро-упругих пьезоактивных полупространств. Задача решена для четырех различных случаев интерфейсных условий контакта на плоскости раздела двух материалов. Определены условия существования поверхностной волны при различных интерфейсных условиях контакта и установлена что поверхностная волна может распространяться на границе этих двух сред при соответствующем выборе материалов сред. Установлена возможность существования поверхностной волны для слоистой системы из идентичных противоположно поляризованных кристаллов. Проведено сравнение с известными результатами по распространению поверхностных волн Гуляева-Блюштейна в пьезоэлектриках и пьезомагнетиках.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Исследование сдвиговых волн Флоке в одномерной периодической структуре, состоящей из двух различных пьезоэлектрических кристаллов для четырех различных условий интерфейса показывает, что пьезоэффект существенно влияет на структуру запретных частот в акустическом диапазоне и не влияет в оптическом диапазоне. В случае идентичных пьезоэлектрических кристаллов с противоположной поляризацией наличие запретных частот обусловлено только пьезоэлектрическим эффектом.
2. В случае электрозамкнутого интерфейсов волны Флоке существуют только на акустических частотах и пьезоэффект больше расширяет диапазон первых запретных зон чем в случае полного контакта интерфейсов; для идентичных пьезоэлектрических кристаллов также возможно распространение волн Флоке на акустических частотах. В случае условий скользящего контакта на интерфейсах периодическая структура представляет собой фотон-кристалл и динамическая постановка задачи устанавливает возможность распространения волн Флоке в оптическом диапазоне частот.
3. Влияние пьезоэлектричества было продемонстрировано также в задаче распространения сдвиговых волн в периодическом пьезоэлектрическом волноводе. Для смешанных периодических граничных условий на стенках волновода структура спектра запретных зон очень сильно зависит от этих условий и параметра, характеризующего отношение длины элементарной ячейки (периода) к высоте волновода. Изменением этого параметра можно достигнуть перемещения экстремума частот запрещенных зон в пределах зоны Бриллюэна, существенно большего, чем в случае не пьезоэлектрического однородного волновода. Аналитически полученное дисперсионное уравнение в этом случае описывает также и явление внутреннего резонанса–поляритона в оптическом и акустическом диапазоне частот, обусловленного сильным взаимодействием электромагнитных и упругих волн.
4. Для продольных колебаний сверхрешетки магнито-электро-упругого фонон кристалла, когда связанная волна распространяется в направлении перпендикулярном к кристаллографической оси кристалла, две ортогонально поляризованные моды электромагнитных волн связываются друг с другом через продольные упругие колебания решетки, что приводит к генерации поляритона нового типа, характер которого сильно отличается от поляритонов пьезоэлектрических и пьезомагнитных сверхрешеток.
5. Для поперечных колебаний сверхрешетки магнито-электро-упругого фонон кристалла, когда связанная волна распространяется в направлении параллельном направлению к кристаллографической оси кристалла также имеет место внутренний резонанс. В этом случае две ортогональные моды поперечных упругих волн связываются друг с другом посредством электромагнитной волны. При акустических частотах эта связь создает фонон-поляритон с запретной зоной в середине зоны Бриллюэна. В оптических частотах резонанс имеет место во всей зоне Бриллюэна.

Список опубликованных работ

1. D. Piliposyan, K. Ghazaryan, (2015), Interfacial effects in periodic piezoelectric waveguide, Proceedings of The IV International Conference Topical Problems of Continuum Mechanics, Tsaghkadzor, 486-490.
2. D. Piliposyan, K. Ghazaryan, G. Piliposian (2015), Magneto-electro-elastic polariton coupling in a periodic structure, J. Phys. D: Appl. Phys. 48, 17550.
3. D. Piliposyan, (2014), Internal Polariton Resonance in a Periodic Oppositely Magneto-Electro-Elastic Structure, Proc. Int. Conf. Problems of Dynamics of Interaction of Deformable Media, Goris-Stepanakert, 461-465.
4. D. Piliposyan, K. Ghazaryan, G. Piliposian, (2014), Internal resonances in a periodic magneto-electro-elastic structure , Journal of Applied Physics, 116 (4), 044107.
5. D. Piliposyan, R. Ghazaryan , K. Ghazaryan, (2014), Shear Bloch Waves in an Elastic Periodic Waveguide, Proc. Nation. Acad. Sci. Armenia, 539.3, 67, №3, 40-48.
6. D. Piliposyan, K. Ghazaryan, (2013), Shear Bloch waves and coupled phonon-polariton in periodic piezoelectric waveguides, Ultrasonics. 54, 643-653.
7. D. Piliposyan, K. Ghazaryan, G. Piliposian, (2013), Wave Propagation in Phononic Piezoelectric Waveguide, Proc. of Phononics 2013, 322-323.
8. D. Piliposyan, K. Ghazaryan, G. Piliposyan, A. Avetisyan, (2012), Wave propagation in periodic piezoelectric elastic waveguides, ASME 2012 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems, Paper No. SMASIS2012-7911, 1-9.
9. D. Piliposyan, (2012), Shear surface waves at the interface of two magneto-electro-elastic media, Multidiscipline Modeling in Materials and Structures, 8(3), 417-426.
10. D. Piliposyan, (2012), Wave propagation in piezoelectric waveguides with periodic interface conditions. Proc. Int. Conf. Topical Problems of Continuum Mechanics, V.2, 292-296.
11. K. Ghazaryan, D. Piliposyan, (2011), Interfacial effects for shear waves in one dimensional periodic piezoelectric structure. Journal of Sound and Vibration. 330(26), 6456-6466.
12. K. Ghazaryan, D. Piliposyan, (2011), Love waves in a structure with an inhomogeneous layer. Reports NAS RA, 111(2), 138-147 .

Summary

The subject of this thesis is the propagation of electromagnetic and acoustic waves in piezoelectric and Magneto-electro-elastic phononic crystals and the investigation of acousto-optic interaction in such crystals.

The first chapter is concerned with the propagation of waves in periodic elastic and piezoelectric structures. It starts with the presentation of general relations of magneto-electro-elastic crystals, periodic structures, and Fouquet waves. Then we study the propagation of anti-plane SH Fouquet waves in a one dimensional piezoelectric phononic crystal. We investigate the effect of four types of partial contact interface conditions on Floquet waves both in acoustic and optic frequency regions. It has been shown that for full contact interface condition piezoelectricity can affect band structure significantly at acoustic frequencies and does not affect band structure at optical frequencies. In the case of the identical piezoelectric crystals with opposite polarisation the opening of a band gap is caused only by the piezoelectric effect. Under electrically/magnetically shorted interface condition the Floquet waves exist only at acoustic frequencies, the piezoelectricity affects the band gap widths more than in full contact interface conditions. Phononic crystal with identical constituent materials allows propagation of Floquet waves at acoustic frequencies. Next the propagation of shear waves in an elastic waveguide with a periodic structure consisting of three different materials is considered. The problem is solved for both homogeneous and alternating along the guide walls boundary conditions. The dispersion equation is obtained and the band gap structure analysis is carried out. The effect of piezoelectricity has been demonstrated also on Fouquet SH waves in a one dimensional periodic piezoelectric waveguide. For mixed boundary conditions the spectrum depends very much on the conditions on the waveguide walls and the parameter characterizing the ratio of the unit cell length to the waveguide height. By modulating this parameter it is possible to move the extrema of the band gaps well within the Brillouin zone. These gaps are considerably larger than in the case of non piezoelectric homogeneous waveguide.

The second chapter is concerned with the investigation of acousto-optic resonance and the phonon polariton effect in piezoelectric and MEE periodic structures. After the introduction of the general relations of polariton effect, the phonon-polariton is investigated in a periodic piezoelectric finite-width waveguide. It is shown that for waveguides at acoustic frequencies, acousto-optic coupling gives rise to polariton behavior at wavelengths much larger than the length of the unit cell. Further in this chapter propagation of electro-magneto-acoustic waves in a three phase magneto-electro-elastic (MEE) periodic structure is investigated with full coupling between mechanical, electric and magnetic fields. It is shown that due to simultaneous piezoelectric and piezomagnetic effects, an orthogonally polarised electromagnetic wave couples with the transverse polarised lattice vibration, resulting in a both dielectric and magnetic phonon-polaritons. In this case the problem is solved analytically which allowed to investigate phonon polariton effects both in acoustic and optic regions. This problem was also solved by the long wave approximation method. It is shown that for longitudinal acoustic

vibrations perpendicular to the poling direction, the coupling of piezoelectric and piezomagnetic polaritons results in a propagating mode.

The last third chapter is devoted to the investigation of propagation of Love type surface waves. It starts with the problem of the propagation of such waves in a structure consisting of a finite inhomogeneous layer sandwiched between two isotropic homogeneous half spaces. Two types of inhomogeneity are considered. It is shown that in one case the amplitude of vibrations in the middle layer is a sinusoidal function of distance from the plane of symmetry, but in the other case it may be non-sinusoidal for certain values of the parameters of the problem. The purpose of the last paragraph is to investigate the problem of the existence and propagation of a surface SH wave at the interface of two magneto-electro-elastic half-spaces. The problem is solved for four different sets of boundary conditions—The results show that for appropriate choice of material parameters a non dispersive surface wave can propagate at the interface of these media.

Փիլիպոսյան Դավիթ Գագիկի

ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ՊԻԵԶՈՒԼԵԿԿՏՐԱԿԱՆ ԵՎ
ՄԱԳՆԻՍՏԱՆԵԿԿՏՐԱՍԱՌԱԶԳԱԿԱՆ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ատենախոսությունը նվիրված է պարբերական պիեզոէլեկտրական և մագնիսաէլեկտրաառաձգական համակարգերում Ֆլոկեի ալիքների տարածման և ռեզոնանսային ֆոնոն-ֆոտոն փոխազդեցությունների ուսումնասիրությանը:

Աշխատանքի առաջին գլխում ուսումնասիրված է առաձգական սահքի հակահարթ ալիքների տարածումը առաձգական և պիեզոէլեկտրական պարբերական համակարգերում: Բերված են պիեզոէլեկտրական, մագնիսաէլեկտրաառաձգական միջավայրերի և պարբերական համակարգերի գլխավոր առնչությունները: Ուսումնասիրված է Ֆլոկեի հակահարթ ալիքների տարածումը պիեզոէլեկտրական միաչափ պարբերական համակարգերում հաճախությունների ձայնային և օպտիկական տիրույթներում, երկու հարևան շերտերի միջև, չորս տարբեր եզրային պայմանների դեպքում:

Լրիվ կոնտակտ եզրային պայմանի դեպքում ցույց է տրված, որ ձայնային տիրույթում պիեզոէլեկտրականությունը էապես ազդում է հաճախությունների արգելված գոտիների վրա: Մակայն հաճախությունների օպտիկական տիրույթում, այդ ազդեցությունը բացակայում է: Ցույց է տրված, որ միևնույն, բայց հակադիր բևեռացում ունեցող պիեզոբյուրեղների պարբերական համակարգում, պիեզոէլեկտրականությունը բերում է հաճախությունների արգելված գոտիների առաջացմանը:

Մասնակի էլեկտրամագնիսական կոնտակտ եզրային պայմանի դեպքում ցույց է տրված, որ Ֆլոկեի ալիքները տարածվում են միայն հաճախությունների ձայնային տիրույթում: Այս դեպքում պիեզոէլեկտրականության ազդեցությունը արգելված գոտիների լայնության վրա ավելի մեծ է, քան լրիվ կոնտակտ եզրային պայմանի դեպքում: Այստեղ Ֆլոկեի ալիքները տարածվում են նաև այն դեպքում, երբ պարբերական համակարգը կազմված է միևնույն պիեզոէլեկտրական բյուրեղից:

Ուսումնասիրվել է նաև առաձգական պարբերական ալիքատարում սահքի հակահարթ ալիքների տարածման խնդիրը: Երբ պարբերական ալիքատարի պարբերությունը կազմված է երեք տարբեր համասեռ նյութերից, եզրերի երկայնքով տարբեր եզրային պայմանների համար, թվային և անալիտիկ մեթոդների օգնությամբ, հետազոտվել են սահքի ալիքների հաճախությունների արգելված գոտիները: Ուսումնասիրվել է նաև Ֆլոկեի հակահարթ ալիքների տարածումը միաչափ պիեզոէլեկտրական պարբերական ալիքատարներում, ալիքատարի եզրերի ամբողջ երկայնքով նույն և պարբերականորեն փոփոխվող եզրային պայմանների դեպքում: Այս դեպքում հաճախությունների արգելված գոտիների տիրույթները կախված են նաև ալիքատարի տարրական բջիջի երկարության և ալիքատարի

բարձրության հարաբերությամբ որոշվող մեծությունից: Այս պարամետրը փոփոխելով, կարելի է կառավարել հաճախությունների արգելված գոտիների էքստրենումները: Այս դեպքում արգելված տիրույթները զգալիորեն ավելի լայն են, քան ոչ պիեզոէլեկտրական բյուրեղների դեպքում:

Աշխատանքի երկրորդ գլխում ուսումնասիրվել են պարբերական պիեզոէլեկտրական և մագնիսաէլեկտրաառաձգական համակարգերում, էլեկտրամագնիսական և առաձգական ալիքների փոխազդեցությամբ պայմանավորված, ներքին ռեզոնանսային երևույթները, որոնք գրականության մեջ հայտնի են որպես պոլարիտոններ: Այս երևույթները բերում են հաճախությունների արգելված գոտիների առաջացմանը՝ համակարգի պարբերությունից ավելի երկար ալիքների համար, և պայմանավորված չեն բազմակի անդրադարձումով, այլ պայմանավորված են միայն առաձգա-օպտիկական փոխազդեցությամբ: Այնուհետև հաշվի առնելով էլեկտրական, մագնիսական և առաձգական դաշտերի փոխազդեցությունները, ուսումնասիրվել են առաձգա-օպտիկական կապակցված ալիքները մագնիսաէլեկտրաառաձգական պարբերական համակարգերում:

Լայնական ալիքի տարածման խնդրում, երբ ալիքի տարածման ուղղությունը զուգահեռ է մագնիսաէլեկտրաառաձգական բյուրեղի ֆիզիկական առանցքներին խնդիրը լուծվել է անալիտիկորեն, ինչը թույլ է տվել ուսումնասիրել ռեզոնանսային երևույթները ոչ միայն ձայնային, այլև օպտիկական տիրույթներում:

Երկայնական առանձգական տատանումների խնդրում, երբ ալիքի տարածման ուղղությունը ուղղահայաց է մագնիսաէլեկտրաառաձգական բյուրեղի բյուրեղագիտական առանցքներին պիեզոէլեկտրիկության և պիեզոմագնիսականության շնորհիվ առաջանում են երկու տիպի պոլարիտոններ՝ էլեկտրական և մագնիսական: Այս դեպքում խնդիրը լուծվել է երկար ալիքների մոտարկման եղանակով: Ցույց է տրվել, որ ի տարբերություն պիեզոէլեկտրական և պիեզոմագնիսական դեպքերի, հաճախությունների ռեզոնանսային տիրույթում միշտ գոյություն ունի առնվազն մեկ տարածվող ալիք:

Աշխատանքի երրորդ գլուխը նվիրված է Լյավի տիպի մակերևութային ալիքների ուսումնասիրությանը: Դիտարկվել է Լյավի ընդհանրացված տիպի ալիքների տարածումը անհամասեռ շերտից և կից երկու առաձգական կիսատարածություններից կազմված համակարգում : Քննարկվել է երկու տիպի անհամասեռություն: Ցույց է տրվել, որ Լյավի ընդհանրացված տիպի ալիքների տարածումը հնարավոր է նաև այն դեպքում երբ շերտում տատանումների ամպլիտուդը նկարագրող ֆունկցիան ունի ոչ սինուսոիդալ տեսք: Ուսումնասիրվել է նաև մագնիսաէլեկտրաառաձգական երկու կիսատարածությունների հպման հարթությունում մակերևութային հակահարթ ալիքների տարածումը: Խնդիրը լուծվել է կիսատարածությունների հպման հարթությունում չորս եզրային պայմանների համար: Ցույց է տրվել, որ կյութերի համապատասխան ընտրության դեպքում կարող է տարածվել մակերևութային ալիք: