ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ ԷԴՄՈՆ ՌՈԲԵՐՏԻ

ՍԱԼԵՐՈՒՄ ԵՎ ՁՈՂԵՐՈՒՄ ՋԵՐՄԱՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ՋԵՐՄԱԱՌԱՁԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԻ ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ա.02.04 - «Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ 2024

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

ГРИГОРЯН ЭДМОН РОБЕРТОВИЧ

ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ТЕРМОУПРУГОСТИ В ПЛАСТИНКАХ И СТЕРЖНЯХ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - "Механика деформируемого твердого тела"

ЕРЕВАН 2024

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում:

Գիտական ղեկավար՝ ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ս.Հ. Ջիլավյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ՀՀ ԳԱԱ թղթ. անդամ, ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Ա.Ս. Ավետիսյան

ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Վ.Ռ. Բարսեղյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայաստանի Ազգային Պոլիտեխնիկական Համալսարան

Պաշտպանությունը կկայանա 2024թ. հուլիսի 19–ին, ժ. 14:00-ին ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում գործող 047 մասնագիտական խորհրդի նիստում:

Հասցեն՝ 0019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24բ, avetik.sahakyan@sci.am

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքվել է 2024 թ.–ի հունիսի 18–ին:

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար, ֆ.մ.գ. դոկտոր Ա.Վ. Սահակյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском государственном университете.

Научный руководитель: к.ф.м.н., доцент С.А. Джилавян

Официальные оппоненты: чл.корр.НАН РА, д.ф.м.н., профессор А.С.Аветисян

д.ф.м.н., профессор В.Р.Барсегян

Ведущая организация: Национальный политехнический университет Армении

Защита состоится 19 июля 2024 года в 14:00 на заседании специализированного совета 047 в Институте механики НАН РА.

Адресс: 0019, г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2, avetik.sahakyan@sci.am.
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА

Автореферат разослан 18-го июня 2024г.

Ученый секретарь специализированного совета, доктор физ.-мат. наук А.В. Саакян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Теория термоупругости является одним из важнейших и актуальных разделов механики сплошных сред, где исследуются процессы теплопроводности, температурных деформаций и напряженное состояние в упругих структурах. Термоупругие процессы возникают в результате теплообмена с внешними средами и наличия источников тепла. С термодинамической точки зрения при некоторых постановках в задаче термоупругости также важно изменение температуры упругого тела, обусловленное деформацией. Это означает, что рассматривая теплопроводность в упругих средах, исследуя процессы термоупругих нестационарных явлений следует учитывать термоупругое рассеяние механической энергии. В связи с появлением новых проблем и подходов перед исследователями в области управления, представляются новые постановки задач в области механики сплошных сред.

Множество технических и технологических задач исследуются управляя напряженно-деформированными состояниями в твердых средах, управляя колебаниями, возникающими в упругих телах из-за неравномерного нагрева при наличии больших тепловых потоков и температурных полей. Управление процессами теплопроводности и термоупругости при внешнем и внутреннем силовом воздействии и при теплообмене между средами является актуальным в связи с дальнейшим развитием общей теории механики деформируемого твердого тела и теории управления, а также построением физико-математических моделей и разработкой новых методов решения этих задач механики сплошных сред.

Одной из современных отраслей механики деформируемых твёрдых тел является управление процессами теплопроводности и термоупругости в конструктивных элементах, и в диссертации исследуются задачи из этой важной области. При наличии динамических, силовых механических воздействий, высокотемпературных полей в задачах расчета элементов конструкций необходимо обсуждать и вопросы механики связанных физических полей в материалах. Исследования термоупругих колебательных явлений и управление этими процессами особенно актуальны в инженерных приложениях, когда конструкции подвергаются значительным изменениям температуры. Следовательно, исследования актуальны и с практической точки зрения, учитывая широкое использование пластин, балок и других конструктивных элементов в инженерной практике.

Цель диссертационной работы. В представленной диссертации рассматриваются проблемы управления процессами теплопроводности и термоупругости в новой постановке с целью изучения вопросов управляемости, определения управлений в соответствующих процессах и с целью уточнения методов и подходов решения таких задач, а также выявления и указания особенностей термопроцессов в упругих твердых телах в виде пластин и стержней.

Из-за значительной нелинейности в рассматриваемой задаче управления процессом теплопроводности в стержне, нахождение точного управление сталкивается с большими, существенными трудностями. Необходимо убедиться в наличии подвижного управления системы, ведущего от начального состояния к конечному, с определенным, допустимым отклонением.

Цель исследования - произвести физико-математическое моделирование физико-механических и технических задач, встречающихся на практике, когда упругие конструкции функционируют при высоких температурных и силовых уровнях, и изучить возможность управления термомеханическими процессами в элементах конструкций.

Научная новизна диссертационной работы. В задаче управления теплопроводностью в стержне с подвижным источником тепла моделирование выполнено с точки зрения математической физики и механики сплошной среды. Закон движения источника принимается как управление для приведения температурного поля из заданного состояния в требуемое за конечное время. Доказаны необходимые и достаточные условия для реализации точного и приближенного управления процессом теплопроводности в этой одномерной области. Показано, что при невозможности точного управления процессом теплопроводности, можно на основе физико-математических интерпретаций реализовать приближенное управление, используя эвристические решения. Такого рода управления применимы для физических механизмов, регулирующих движение источника тепла, показана эффективность эвристических траекторий источника в деле управления процессом теплопроводности.

Принципы термоупругости и термодинамики положены в основу изучения связанной задачи термоупругости. В случае взаимодействия сред и полей существующая взамосвязанность приводит к такой физико-математической модели системы, что становится возможным рассмотрение задач в новой постановке. Теоретически обоснована возможность приведения термоупругого колебательного процесса в квазистатическое состояние в результате управления, и следовательно, смягчения температурных и механических нестационарных эффектов. В контексте задачи с такой постановкой оптимальное управление включает в себя регулирование режима колебаний при механическом и термическом воздействии, выбор функции управления, и при таком термоупругом колебательном процессе функция качества достигает минимального значения.

С точки зрения математического моделирования рассматриваемая управляемая система такова, что на поведение изменения ее характеристик можно влиять путем подбора внешних тепловых, или силовых воздействий. Рассматриваемые задачи учитывают особенности управления термоупругими колебаниями, когда теплопроводность, температурные деформации и напряжения в упругой пластинке возникают и в результате теплообмена с внешней средой, и самого процесса деформирования.

Практическая и теоретическая значимость работы. Исследования задач управления процессами теплопроводности и термоупругости, обладая теоретическим и фундаментальным характером, имеют также прикладное значение и практическую значимость. Управление термоупругими колебаниями является ключевым для обеспечения надежности и прочности инженерных конструкций, механизмов и машин, работающих в условиях высоких температур. Термоупругие колебания могут вызвать нежелательные деформации и критические напряжения в материалах и конструкциях, приводя к опасным явлениям, таким как пластичность, усталость материалов, снижение прочности конструкции и нарушение ее целостности. Управление термоупругими колебаниями позволит продлить эффективный срок эксплуатации механической конструкции. Управление колебаниями является залогом обеспечения надежности, прочности и целостности инженерных конструкций, механизмов и машин при высоких температурах. Нерегулируемые отклонения температурных полей, потери энергии в прецизионном приборостроении могут иметь серьезные последствия.

В области механики деформируемого твердого тела развиваются методы и теоретические принципы управления и оптимизации колебаний и напряженных состояний в конструкциях. Развитие этих задач заметно в вопросах, касающихся упругих пластин, стержней, мембран и оболочек при наличии термомеханических воздействий. Задачи управления и оптимального управления часто встречаются при решении практических и теоретических задач моделирования работы различных механизмов, реализации технологических и физико-механических процессов, оценки целевых результатов и их интерпретации. Эти исследования имеют важное теоретическое и прикладное значение также потому, что расширяют соответствующие области математической физики и механики. Основные результаты исследований выделяются при рассмотрении проблем управления, оптимального управления для переходных режимов с целью смягчения динамических, нежелательных эффектов. Исследования по управлению термо-механическими процессами имеют прикладной характер. Результаты работы будут важны при проектировании и разработке новых постановок и методов решения задач управления, при построении физико-математических моделей физико-технических задач и разработок.

Апробация работы и публикации. Основные результаты работы были доложены на научных семинарах кафедры механики Ереванского государственного университета и отдела "Деформируемых систем и связанных полей"Института механики НАН РА. Диссертационная работа в целом представлена и обсуждена на семинаре кафедры механики ЕГУ и на общем семинаре Института механики НАН.

Опубликованы три научные статьи, список которых приводится в конце автореферата.

Структура работы. Диссертация изложена на 104 страницах, состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 113 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснованы актуальность и цель работы, приведен обзор научных исследований и результатов, связанных с темой диссертации. Представлены краткое содержание работы, ее практическое и теоретическое значение, научная новизна.

В первой главе рассмотрена задача управления процессом теплопроводности в конечном стержне. Управление осуществляется с помощью подвижного источника. Задача управляемости ставится как управление процессом теплопроводности за конечное время таким образом, чтобы температурное поле в стержне было переведено из заданного состояния в требуемое. Ставится также вопрос охарактеризовать множество траекторий движения источника тепла, для которых осуществляется, если не точное, то приближенное управление. Принципиальная трудность решения задач подвижного управления обусловлена тем, что определение траектории движения источника тепла сводится к решению бесконечной системы нелинейных ограничений.

Рассматривается конкретная задача теплопроводности для однородного, изотропного стержня длиной l. Одномерное уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \Theta_s \delta \left(x - u\left(t \right) \right), \quad x \in \left(0, 1 \right), \quad t > 0, \tag{1}$$

Здесь все величины и переменные безразмерны, координатная ось направлена по оси стержня.

$$\Theta(x,t) = \frac{\tilde{\Theta} - \tilde{\Theta}_T^0}{\tilde{\Theta}_T^0 - \tilde{\Theta}_0^0}, \quad \Theta_s = \frac{\tilde{\Theta}_s l}{\lambda_q \left(\Theta_T^0 - \Theta_0^0 \right)}$$

Безразмерная величина $\Theta(x,t)$ описывает температурное поле в стержне. Здесь $\tilde{\Theta}_0^0$ и $\tilde{\Theta}_T^0$ представляют константы функций распределения температуры в моменты времени $t = 0$ и $t = T$. Θ_s описывает мощность движущегося источника тепла, t число Фурье, часто используемое в процессе теплопередачи, которое является переменной, характеризующей время. Тонкость стержня позволяет с большой точностью считать, что распределение тепла в произвольном поперечном сечении однородное. Можно также принять, что теплообмен между поверхностью стержня и внешней средой происходит таким образом, что на граничных плоскостях $x = 0$ и $x = 1$ поддерживается постоянная температура.

Формулируем граничные условия следующим образом:

$$\Theta \left(0, t \right) = \Theta \left(1, t \right) = 0, \quad t \geq 0 \tag{2}$$

В начальный момент времени $t = 0$ задано распределение температуры

$$\Theta \left(x, 0 \right) = \Theta_0 \left(x \right), \quad x \in [0, 1] \tag{3}$$

Цель состоит в исследовании управляемости теплопроводности, то есть в нахождении закона движения источника тепла таким образом, чтобы при заданном конечном числе Фурье $T = \dfrac{\lambda_q \tilde{T}}{l^2 c_v}$ температурное поле в интервале $x \in [0, 1]$ имело следующий вид

$$\Theta \left(x, t \right) = 0, \qquad t = T \tag{4}$$

Закон движения источника $u(t)$ рассматривается как функция управления. Из допустимых возможных законов движения источника надо выбрать тот, при котором процесс теплопроводности допустимым образом перейдет из заданного начального состояния в заданное конечное или его окрестность.

Задача управления - нахождение и описание множества допустимых траекторий движения источника тепла, при которых

$$R_T \left(u \right) = ||\Theta \left(x, T \right)||^2_{L^2[0,1]} = \int_0^1 \left| \Theta \left(x, T \right) \right|^2 dx \tag{5}$$

удовлетворяет условию либо точной, либо приближенной управляемости:

$$R_T\left(u\right)=0\quad\text{или}\quad R_T\left(u\right)\leq\varepsilon,$$

соответственно, где $\varepsilon>0$ является заданной константой. Целью также является представление оценки зависимости R_T от управления u.

Представляется обобщенное решение в виде

$$\Theta\left(x,t\right)=\int_0^1 G\left(x,\xi,t\right)\Theta_0\left(\xi\right)d\xi+\Theta_s\int_0^T G\left(x,u\left(\tau\right),T-\tau\right)d\tau,\quad x\in\left[0,1\right],\quad t\geq 0 \tag{6}$$

$$G\left(x,\xi,t\right)=2\sum_{k=1}^{\infty}sin\left(\pi kx\right)sin\left(\pi k\xi\right)exp\left[-\pi^2k^2t\right]$$

Доказывается, что для точного управления уравнением теплопроводности необходимо и достаточно, чтобы для заданных Θ_0, Θ_s и T выполнялось следующее условие:

$$\Theta_s\int_0^T sin\left[\pi nu\left(\tau\right)\right]exp\left[-\pi^2n^2\left(T-\tau\right)\right]d\tau=-\Theta_{0n}exp\left[-\pi^2n^2T\right],\quad n=1,2,3,... \tag{7}$$

Здесь Θ_{0n} - коэффициенты ряда Фурье начального распределения температуры $\Theta_0(\xi)=\sum\Theta_{0n}\sin(\pi n\xi)$.

Получается оценка для $R_T(u)$

$$R_T\left(u\right)\leq C\left(T\right)||\Theta_0||^2_{L^2[0,1]}+2\Theta_s\sum_{k=1}^{\infty}\int_0^T sin^2\left[\pi ku\left(\tau\right)\right]exp\left[-2\pi^2k^2\left(T-\tau\right)\right]d\tau \tag{8}$$

где $C\left(T\right)=\vartheta_3\left(0,\exp\left[-2\pi^2T\right]\right)-1$, а ϑ_3 - известная тета-функция Якоби. (8) удовлетворяет условию приближенного управления, то есть $R_T(u)\leq\varepsilon$.

Решение системы интегральных ограничений для точного управления существенно трудно или даже невозможно. Такие же трудности относятся и к ограничению приближенного управления. Поэтому подходим к вопросу, опираясь на физико-техническое представление задачи, её применения, а также на частные решения для приближённого или точного управления, основанные на физических интерпретациях задачи. Рассматриваются уже известные подходы, включая эвристические. Одним из эвристических решений, соответствующих рассматриваемому процессу управления, является треугольная волна

$$u\left(t\right)=\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{K}A_k arcsin\left[sin\left(\frac{2\pi}{\omega_k}t+\varphi_k\right)\right] \tag{9}$$

Здесь параметры K, A_k, ω_k и φ_k выбираются таким образом, чтобы удовлетворить условиям точного или приближенного управления соответственно и являются управляющими, регулирующими параметрами.

Другой эвристической траекторией движения источника является прямоугольная волна, определяемая следующим образом:

$$u\left(t\right)=\sum_{k=1}^{K}A_k\left[\theta\left(t-t_{1k}+\frac{t_{2k}}{2}\right)-\theta\left(t-t_{1k}-\frac{t_{2k}}{2}\right)\right] \tag{10}$$

В этом случае управляющими параметрами являются K, A_k, t_{1k} и t_{2k}. Здесь t_{1k} и t_{2k} определяют стороны прямоугольной волны. $\theta(t)$ - это функция Хевисайда. Суперпозиция этих волн тоже считается эвристической траекторией движения источника.

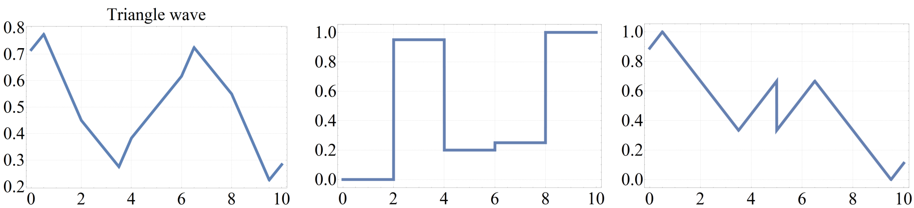

Рис. 1: Частные эвристические управления

Поскольку при увеличении n Θ_{0n} уменьшается, то более целесообразно рассматривать для некоторого конечного N. Тем не менее оказывается, что рассмотрение редуцированной системы для задачи точного управления фактически приводит к определению таких средств регулирования, которые обеспечивают лишь приближенное управление.

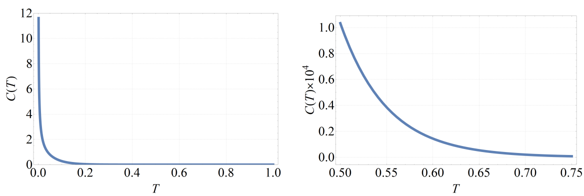

Рис. 2: Изменение $C\left(T\right)$ в зависимости от T

Более эффективно исследовать вопрос приближенного управления задачей с движущимся источником с эвристическими соображениями. Численные исследования показывают, что функция $C(T)$, определяющая возможность управляемости, быстро уменьшается с ростом T. Следует учитывать, что изменение значения T зависит не только от времени, но и от длины стержня, коэффициента температуропроводности материала $a_T = \dfrac{\lambda_q}{c_v}$. На графиках показано распределение $C(T)$ по значению числа Фурье T, и приближенное эффективное управление может быть реализовано. Анализ рассмотренных частных случаев показал особенности проблемы управления процессом теплопроводности в стержне. Показана эффективность эвристических траекторий движущегося источника тепла, особенно для приближенной управляемости.

Во второй главе поставлена задача привести колебательный процесс с определенными начальными условиями к требуемому состоянию покоя за заданное время, одновременно минимизируя функционал качества - определенную термомеханическую энергию внешнего воздействия. Оптимальное управление колебаниями изотропной пластинки-полосы выполняется с помощью силовых и температурных воздействий. Построена функция управления и выполнен анализ, основанный на численных исследованиях.

В прямоугольной системе координат рассматривается однородная, изотропная, тонкая пластинка-полоса толщиной $2h$. Пластинка находится в температурном поле, происходит теплообмен с окружающей средой, и на поверхностях пластинки действует силовая нагрузка.

Поперечные колебания описываются следующим уравнением

$$\omega^2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \frac{\omega^2 a^2 (1+\nu)}{h^2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = u(t)\varphi(x) \tag{11}$$

Уравнение для поперечных колебаний должно рассматриваться вместе с уравнением для определения температурной характеристики $T(x,t)$:

$$\frac{h^2}{a^2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - 3(1+Bi)T = \tau_* \frac{\partial T}{\partial t} - v(x)\psi(t) \tag{12}$$

Предполагается, что длинные стороны пластинки шарнирно закреплены, и на этих границах поддерживается постоянная температура

$$W = 0, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0, \quad T = 0, \quad \text{когда} \quad x = 0, x = 1 \tag{13}$$

Начальные условия примем в следующем виде:

$$W = W_0(x), \quad \frac{\partial W}{\partial t} = W_1(x), \quad T = 0 \quad \text{когда} \quad t = 0 \tag{14}$$

Задача заключается в том, чтобы систему с условиями привести к требуемому следующему состоянию за определенное время τ:

$$W = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial t} = 0, \quad \text{когда} \quad t = 1, \tag{15}$$

одновременно минимизируя функционал качества на интервалах $x \in [0,1]$, $t \in [0,1]$:

$$\Phi = \int_0^1 u^2(t)dt + 2\int_0^1 v^2(x)dx \tag{16}$$

Функция внешней нагрузки $u(t)$ представляется как управление. Оптимальное управление осуществляется и функцией внешнего температурного распределения $v(x)$.

Для решения рассматриваемой задачи термоупругости искомые функции представлены в виде рядов

$$\begin{aligned} W(x,t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \eta_m(t) sin\pi m x \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad x \in [0;1], \quad t \in [0;1] \\ T(x,t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \vartheta_m(t) sin\pi m x \end{aligned} \tag{17}$$

Для определения функций $\eta_m(t), \vartheta_m(t), \quad m = 1,2,3...$ получим следующие уравнения:

$$\frac{d^2\eta_m(t)}{dt^2} + \omega_m^2 \eta_m(t) = u(t)\varphi_m + \omega_m^2 B_m \vartheta_m(t) \tag{18}$$

$$\frac{d\vartheta_m(t)}{dt} + A_m \vartheta_m(t) = v_m \psi(t) \tag{19}$$

$$A_m = \frac{h^2\pi^2 m^2}{a^2\tau_*} + \frac{3}{\tau_*}(1+Bi), \quad \omega_m^2 = \omega^2\pi^4 m^4, \quad B_m = \frac{a^2}{\pi^2 h^2 m^2}, \quad m = 1,2,3,... \tag{20}$$

$$v_m = 2\int_0^1 v(x) sin\pi m x, \quad \varphi_m = 2\int_0^1 \varphi_m(x) sin\pi m x$$

Предполагается, что в изучаемом интервале времени $t \in [0;1]$, начиная с некоторого момента времени t_0, температуры на поверхностях пластины $z = \pm h$ $T_c^+ = T_c^-$.

Таким образом, когда $t < t_0$, функцию распределения тепла считаем $\psi(t) = 1$, а когда $t > t_0$, принимаем $\psi(t) = 0$.

Когда $0 < t < t_0 \leq 1$, для решения $\eta_m(t)$ получим следующее:

$$\begin{aligned} \eta_m(t) &= c_m cos\omega_m t + d_m sin\omega_m t + \frac{\varphi_m}{\omega_m}\int_0^t sin\omega_m(t-y)u(y)dy + \\ &+ B_m \frac{v_m\omega_m}{A_m}\int_0^t sin\omega_m(t-y)\left(1 - e^{-A_m y}\right)dy \end{aligned} \tag{21}$$

В случае, когда $t_0 < t < 1$ для функций $\eta_m(t) \quad m = 1,2,3...$

$$\begin{aligned} \eta_m(t) &= c_m cos\omega_m t + d_m sin\omega_m t + \frac{\varphi_m}{\omega_m}\int_0^t sin\omega_m(t-y)u(y)dy + \\ &+ v_m(F_m(t) - Q_m cos\omega_m t - P_m sin\omega_m t) \end{aligned} \tag{22}$$

где

$$F_m(t) = \frac{B_m\omega_m}{A_m}\left(e^{A_m t_0} - 1\right)\int_0^t sin\omega_m(t-y)e^{-A_m y}dy$$

$$G_m(t) = \int\limits_0^t sin\omega_m(t-y)u(y)dy \tag{23}$$

Предполагается, что $\tau = \dfrac{2\alpha}{\omega_0 \pi}$, где $\alpha = 1, 2, 3, ...$, то есть интервал управления τ (время достижения конечного результата) кратен периоду колебаний. Следовательно, ω_m примет вид $\omega_m = 2\pi\alpha m^2$. В результате система требуемых условий будет записана в более простом виде:

$$\begin{gathered} c_m + \frac{\varphi_m}{\omega_m} G_m(1) + v_m(F_m(1) - Q_m) = 0 \\ \omega_m d_m + \frac{\varphi_m}{\omega_m} \frac{d}{dt} G_m(1) + v_m \frac{d}{dt}(F_m(1) - P_m) = 0 \end{gathered} \tag{24}$$

Управляющая функция представляется в виде ряда:

$$u(t) = \sum_{m=1}^{\infty}(a_m cos\omega_m t + b_m sin\omega_m t) + a_0 \tag{25}$$

В момент $t = 1$ система необходимых условий примет следующий вид:

$$\begin{gathered} \Phi_{1m} = c_m + Kb_m + Bv_m = 0 \\ \Phi_{2m} = \omega_m d_m + Ea_m + Cv_m = 0 \end{gathered} \tag{26}$$

где

$$K = \frac{\varphi_m}{2\omega_m}, \quad E = \frac{\varphi_m}{2}, \quad C = \frac{d}{dt}(F_m(1) - P_m), \quad B = F_m(1) - Q_m$$

Для a_m, b_m, v_m и коэффициентов метода условного экстремума μ_m, λ_m получим:

$$a_m = -\frac{-Bc_m CE + B^2 d_m E\omega_m + 2d_m EK^2\omega_m}{B^2E^2 + C^2K^2 + 2E^2K^2}$$

$$b_m = -\frac{K(c_m C^2 + 2c_m E^2 - BCd_m\omega_m)}{B^2E^2 + C^2K^2 + 2E^2K^2}$$

$$v_m = -\frac{Bc_m E^2 + Cd_m K^2\omega_m}{B^2E^2 + C^2K^2 + 2E^2K^2}$$

$$\mu_m = -\frac{Bc_m C - B^2 d_m\omega_m - 2d_m K^2\omega_m}{B^2E^2 + C^2K^2 + 2E^2K^2}$$

$$\lambda_m = -\frac{-c_m C^2 - 2c_m E^2 + BCd_m\omega_m}{B^2E^2 + C^2K^2 + 2E^2K^2}$$

На рисунке представлены графики управляющей функции $u(t)$ и функции колебаний $W(x,t)$. С технической точки зрения интересно и распределение температурной функции $v(x)$ в течение времени t_0.

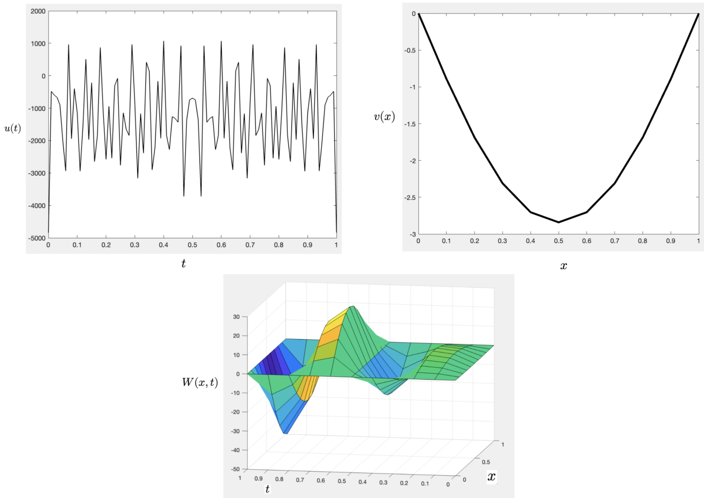

Рис. 3: В случае $\alpha = 2, t_0 = 0.5$

В третьей главе рассматривается задача оптимального управления термоупругими колебаниями в условиях теплообмена между поверхностями пластинки-полосы и внешней средой, с учетом термоупругого рассеяния механической энергии. При расчетах конструктивных элементов в условиях динамических, механических силовых воздействий и высокотемпературных полей в некоторых задачах необходимо учитывать вопросы механики связанных физических полей в материалах. Исследуются закономерности деформации твердых тел и выявляются особенности, возникающие из-за взаимосвязи процессов. Эти вопросы особенно важны при проектировании элементов конструкций, работающих под тепловым воздействием, для оптимального проектирования и управления колебаниями. Постановка задачи новая и способствует развитию методов теоретических исследований взаимосвязанных физических полей - температуры и деформации. Особенность задачи заключается в том, что температурные деформации, напряжения и теплопроводность в упругой пластине возникают в результате граничных условий, теплообмена с внешней средой и деформационного процесса, возникающего в пластине. Цель состоит в том, чтобы за заданное время привести термоупругий колебательный процесс к квазистатическому состоянию, и этого конечного результата процесса следует достичь, минимизируя функционал внешнего теплового воздействия. Физические и термодинамические интерпретации и положения играют важную роль в задаче управления исследованием термоупругих колебаний в этой постановке. Функция температуры внешней среды представляется в виде управления двумя компонентами, и оптимальное управление сводится к моментным связям и нелинейным уравнениям.

Рассматривается изотропная прямоугольная пластина толщиной $2h$ и шириной a, приведенная к прямоугольной координатной системе. Эта пластинка-полоса находится под воздействием температурного поля. Между поверхностью пластины и внешней средой происходит теплообмен.

Предполагается, что функция, описывающая разницу температур внешней среды на поверхностях $z = \pm h$, имеет следующий вид:

$$\frac{\alpha_T}{2}(T_c^+ - T_c^-) = v(x)u(t) \tag{27}$$

где $u(t)$ представляет собой управляющую функцию, которая описывает изменение температуры внешней среды.

Уравнение колебаний пластинки под воздействием температурного поля имеет следующий вид.

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \frac{a^2}{h^2}(1+\nu)\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \quad x \in [0;1], t \in [0;1] \tag{28}$$

где $\omega = \tau\omega_0$, $\omega_0^2 = \dfrac{Eh^2}{3\rho a^4(1-\nu^2)}$, ω_0 - известная величина, характеризующая собственную частоту колебаний пластины.

Уравнение теплопроводности, учитывая функцию управления тепловым воздействием, с учетом термоупругого рассеяния энергии представляется в следующем виде

$$\frac{h^2}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - 3(1+Bi)T = \tau_0 \frac{\partial T}{\partial t} - 3Biu(t)v(x) - \varepsilon \frac{h^2}{a^2}\tau_0 \frac{\partial^3 W}{\partial t \partial x^2} \tag{29}$$

где $\tau_0 = \dfrac{h^2(1+\varepsilon_0)}{\tau a_T}$, $\varepsilon = \dfrac{\varepsilon_0(1-2\nu)}{(1+\varepsilon_0)} < 1$, ε_0 - коэффициент, характеризуюший диссипацию механической энергии, Bi - коэффициент Био, характеризуюший теплообмен.

Краевые и начальные условия шарнирно опертой пластинки запишутся в следующем виде

$$W = 0, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0, \quad T = 0 \quad \text{когда} \quad x = 0, x = 1 \tag{30}$$

$$W = \varphi(x), \quad \frac{\partial W}{\partial t} = \psi(x), \quad T = 0 \quad \text{когда} \quad t = 0 \tag{31}$$

Задача управления термоупругим процессом состоит в приведении системы, описываемой уравнениями (28), (29) и условиями (30), (31) к задаче квазистатической связанной термоупругости с учетом термоупругой диссипации механической энергии ($\varepsilon_0 \neq 0$) при $t = 1$, которая будет описана следующими дифференциальными уравнениями

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}+\frac{a^2}{h^2}(1+\nu)\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=0\\&\frac{h^2}{a^2}\cdot\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}-3(1+Bi)T=\tau_1\frac{\partial T}{\partial t}-3Biu_1v(x)\end{aligned}\qquad t\geq 1 \tag{32}$$

где $u_1=u(1)$, $\quad\tau_1=\tau_0(1+\varepsilon)$.

В то же время функционал, характеризующий энергию внешнего температурного воздействия

$$\Phi=\int\limits_0^\tau u^2(t_1)dt+2\int\limits_0^a v^2(x_1)dx \tag{33}$$

достигает минимального значения в пространстве $L_2(0,\tau)\times L_2(0,a)$.

Решение уравнений, удовлетворяющее условиям (30), (31), представляется в виде (17). Примем следующие представления для функций $v(x),\varphi(x),\psi(x)$, удовлетворяющих краевым условиям:

$$\varphi(x)=\sum_{m=1}^{\infty}\varphi_m sin\pi mx,\quad \psi(x)=\sum_{m=1}^{\infty}\psi_m sin\pi mx,\quad v(x)=\sum_{m=1}^{\infty}v_m sin\pi mx \tag{34}$$

Для определения функций $\eta_m(t)$ и $\vartheta_m(t)$, $m=1,2...$, получена система связанных уравнений.

$$\left(\frac{1}{\omega_m^2}\cdot\frac{d^2}{dt^2}+1\right)\left(\frac{d\eta_m(t)}{dt}+A_m\eta_m(t)\right)+\varepsilon\frac{d\eta_m(t)}{dt}=B_m v_m u(t) \tag{35}$$

$$\vartheta_m(t)=\frac{h^2\pi^2m^2}{a^2(1+\nu)}\left(\eta_m(t)+\frac{1}{\omega_m^2}\cdot\frac{d^2\eta_m(t)}{dt^2}\right) \tag{36}$$

Здесь введены обозначения:

$$\omega_m=\omega\pi^2m^2,\quad A_m=\frac{3(1+Bi)}{\tau_0}+\frac{h^2\pi^2m^2}{\tau_0 a^2},\quad B_m=\frac{3Bi(1+\nu)a^2}{\tau_0 h^2\pi^2m^2}$$

Обобщенное общее решение задачи для каждого m представляется в следующем виде:

$$\eta_m(t)=e^{-h_m t}(c_m cos\Omega_m t+d_m sin\Omega_m t)+f_m e^{-\lambda_m t}+B_m\omega_m^2 v_m G_m(t) \tag{37}$$

где, с учетом начальных условий,

$$c_m=\frac{(\omega_m^2+\lambda_m^2-2h_m\lambda_m)\varphi_m-2h_m\psi_m}{(h_m-\lambda_m)^2+\Omega_m^2}$$

$$f_m=\frac{\varphi_m(h_m^2-\omega_m^2+\Omega_m^2)+2h_m\psi_m}{(h_m-\lambda_m)^2+\Omega_m^2}$$

$$d_m = \frac{\varphi_m((\lambda_m - h_m)(\lambda_m h_m - \omega_m^2) + \lambda_m \Omega_m^2)}{\Omega_m((h_m - \lambda_m)^2 + \Omega_m^2)} + \\ + \frac{\psi_m(\lambda_m^2 - h_m^2 + \Omega_m^2)}{\Omega_m((h_m - \lambda_m)^2 + \Omega_m^2)} \tag{38}$$

В решении функция $G_m(t)$ имеет следующее представление с учетом управляющей функции $u(t)$:

$$G_m(t) = \int_0^t F_m(t-s)u(s)ds \tag{39}$$

здесь

$$F_m(t) = \frac{1}{(h_m - \lambda_m)^2 + \Omega_m^2}[e^{-\lambda_m t} - e^{-h_m t}(cos\Omega_m t + \frac{h_m - \lambda_m}{\Omega_m} sin\Omega_m t)] \tag{40}$$

$$\varphi_m = 2\int_0^1 \varphi(x) sin\pi mx dx, \quad v_m = 2\int_0^1 v(x) sin\pi mx dx, \quad \psi_m = 2\int_0^1 \psi(x) sin\pi mx dx \tag{41}$$

$-\lambda_m, \quad -h_m \pm i\Omega_m$ для каждого m являются решениями характеристического уравнения поперечных термоупругих колебаний тонкой изотропной пластины

$$(\frac{s^2}{\omega_m^2} + 1)(s + A_m) + \varepsilon s = 0, \quad m = 1, 2, 3, ... \tag{42}$$

при этом $\lambda_m > 0, \quad \Omega_m > 0, \quad h_m > 0.$

С термодинамической точки зрения, поскольку $\varepsilon_0 \ll 1$, уравнение имеет одно отрицательное и два комплексных решения. Доказывается, что

$$0 < h_m < \frac{A_m}{2} \tag{43}$$

$$0 < \lambda_m < A_m, \quad m = 1, 2, 3, ... \tag{44}$$

а для определения h_m получено уравнение

$$2h_m(2h_m - A_m)^2 + 2h_m\omega_m^2(1+\varepsilon) - \varepsilon A_m \omega_m^2 = 0$$

Учитывая вышеуказанные представления функционал принимает

$$\Phi = \sum_{m=1}^{\infty} v_m^2 + \int_0^1 u^2(t)dt \tag{45}$$

вид. Представим функцию $u(t)$ в следующем виде:

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty}(a_k cos\Omega_k t + b_k sin\Omega_k t) + a_0 \tag{46}$$

Для решений характеристического уравнения получаем соотношения

$$\begin{gathered} \lambda_m + 2h_m = A_m \\ \Omega_m^2 + 2h_m\lambda_m + h_m^2 = \omega_m^2(1+\varepsilon) \\ \lambda_m(h_m^2 + \Omega_m^2) = A_m\omega_m^2 \end{gathered} \tag{47}$$

в квазистатической задаче, когда $t > 1$,

$$\vartheta_m(t) = e^{-\frac{A_m}{1+\varepsilon}(t-1)}\vartheta_m(1) - 3\frac{Bi}{\tau_0 A_m}u_1 v_m(e^{-\frac{A_m}{1+\varepsilon}(t-1)} - 1)$$

$$\vartheta_m(1) = \frac{\pi^2 m^2 h^2}{a^2(1+\nu)}\eta_m(1)$$

Предположим, что $\tau = \dfrac{2\alpha}{\Omega_0\pi}$, $\alpha = 1.2...$, время управления кратно периоду колебаний. Система управляема при $\tau \geq \dfrac{2}{\Omega_0\pi}$, когда коэффициенты представления c_m, d_m, f_m быстро уменьшаются при $m \to \infty$. Кроме того, из полученных соотношений и начальных условий следует, что:

$$\begin{gathered} c_m + f_m = \varphi_m, \\ \Omega_m d_m - h_m c_m - \lambda_m f_m = \psi_m. \end{gathered}$$

Таким образом, для перехода к квазистатическому процессу при $t \geq 1$, должны выполняться следующие условия в момент $t = 1$:

$$\begin{aligned} \Phi_{1m} &= \left.\frac{d^2\eta_m(t)}{dt^2}\right|_{t=1} = 0 \\ \Phi_{2m} &= (1+\varepsilon)\left.\frac{d\eta_m(t)}{dt}\right|_{t=1} + A_m\eta_m(t)\Big|_{t=1} - B_m v_m u(1) = 0 \end{aligned} \tag{48}$$

Вторая вариация функционала положительна, и это соответствует физико-механическим и термодинамическим принципам рассматриваемого процесса.

Присоединяя уравнения для определения коэффициентов a_m, b_m, v_m и коэффициентов δ_m, μ_m метода условного экстремума получается алгебраическая нелинейная система

$$\begin{gathered} \Phi_{1m}(v_m, a_m, b_m) = 0 \\ \Phi_{2m}(v_m, a_m, b_m) = 0 \end{gathered} \tag{49}$$

$$2v_m + \delta_m \frac{\partial \Phi_{1m}}{\partial v_m} + \mu_m \frac{\partial \Phi_{2m}}{\partial v_m} = 0$$

$$a_m + \delta_m \frac{\partial \Phi_{1m}}{\partial a_m} + \mu_m \frac{\partial \Phi_{2m}}{\partial a_m} = 0 \tag{50}$$

$$b_m + \delta_m \frac{\partial \Phi_{1m}}{\partial b_m} + \mu_m \frac{\partial \Phi_{2m}}{\partial b_m} = 0$$

Представление управляющей функции, то есть температурной функции внешней среды, в виде (27) - приводит к нелинейной системе алгебраических уравнений для нахождения поперечных колебаний, температурных функций в пластинке и оптимальных управлений. Решение системы алгебраических уравнений не является однозначным. Имея одно из решений, функционал принимает те же значения на других решениях. Свобода выбора управляющих воздействий используется для достижения наилучшего решения с практической точки зрения.

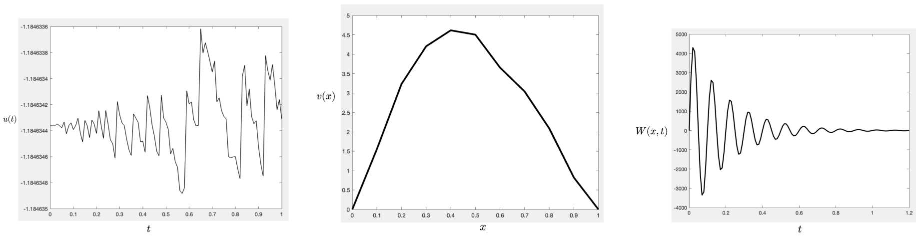

Рис. 4: Графики $u(t), v(x), W(x,t)$

Из второго соотношения (47), учитывая первое, получено

$$\Omega_m^2 = \omega_m^2(1+\varepsilon) + h_m(3h_m - 2A_m) \tag{51}$$

Так как $0 < h_m < \dfrac{A_m}{2}$, то $h_m(3h_m - 2A_m) < 0, \quad m = 1, 2, 3, ...$ Максимальное значение, которое может принимать $|h_m(3h_m - 2A_m)|$, достигается, когда $h_m = \dfrac{A_m}{3}$.

Ω_m^2 максимально отклоняется от $\omega_m^2(1+\varepsilon)$ на $\dfrac{A_m^2}{3}$. Оценив $\dfrac{A_m^2}{3\omega_m^2(1+\varepsilon)}$, видим, что:

$$\frac{A_m^2}{3\omega_m^2(1+\varepsilon)} = \frac{1}{3(1+\varepsilon)} \frac{a_T^2}{h^4(1+\varepsilon_0)^2\omega_0^2} \left(\frac{3(1+Bi)}{\pi^2 m^2} + \frac{h^2}{a^2} \right)^2$$

для конечного числа Bi и тонких пластин $\dfrac{h^2}{a^2} \ll 1$, учитывая особенности термомеханического колебательного процесса, очень малая величина для всех $m = 1, 2, 3, ...$, следовательно, можно принять, что:

$$\frac{A_m^2}{3\omega_m^2(1+\varepsilon)} << 1$$

Таким образом, подтверждается, что

$$\Omega_m^2 \approx \omega_m^2(1+\varepsilon) \quad m = 1, 2, 3, ... \tag{52}$$

и в расчетах, с большой точностью, можно принять это соотношение для всех m.

После численного анализа приведены графики распределения управлений для некоторых частных случаях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации рассматриваются задачи управления процессами теплопроводности и термоупругости в конструктивных элементах деформируемого твердого тела. Уделяя внимание постановочным особенностям, технологическому описанию постановок задач, термодинамическим и физико-механическим принципиальным интерпретациям процессов, выполнена теоретическая, аналитическая работа и численное исследование вопросов управления и реализации оптимального управления процессами.

Рассматриваемые физико-механические процессы, как системы с распределенными параметрами -сплошные среды, сначала подвергались физико-математическому моделированию, основанному на принятых и известных принципиальных подходах. Построение управлений основано на возможностях управляемости с физико-технической точки зрения, а также на математических методах и подходах.

-В диссертации предлагается соответствующая физико-математическая модель тонких пластин при условиях взаимовлияния различных физических полей, таких как температура и деформации. Для управления процессами теплопроводности и термоупругих колебаний формулируется задача с новой постановкой, проясняя вопрос управляемости с точки зрения термомеханики.

-В задаче подвижного управления теплопроводностью в стержне моделирование выполнено и описано с точки зрения математической физики и законов механики сплошной среды. Закон движения источника тепла принимается как управление для приведения температурного поля из заданного состояния в требуемое за конечное время. Доказаны необходимые и достаточные условия для реализации точного и приближенного управления процессом теплопроводности в одномерной области.

-Показано, что при невозможности точного управления процессом теплопроводности в стержне с помощью подвижного источника с концентрированной энергией, можно реализовать приближенное управление, используя эвристические решения, основанные на физических интерпретациях.

-Численное исследование показало, что для физического механизма регулирования движения источника тепла, используемого в целевом управлении процессом теплопроводности в стержне, применимы некоторые управления эвристического типа. Численный анализ для нескольких частных случаев показал эффективность эвристических траекторий источника в деле управления процессом теплопроводности.

-При рассмотрении задач оптимального управления поперечными колебаниями пластинки-полосы в температурном поле, управляющие функции изменения температуры или силового воздействия внешней среды на поверхности пластинки строятся как функции времени. В этих задачах, принимая, что время управления кратно периоду колебаний пластинки, численное исследование выявило значимость этой кратности не только для колебательного процесса, но и для описания управляющей функции. Показано, что на регулирование колебательного процесса пластинки существенно влияет тепловое воздействие среды, распределенное по поверхностям пластинки.

-Задача поперечных колебаний пластинки также изучается с учетом термоупругого рассеяния механической энергии. В этих условиях из-за взаимодействия температуры и деформаций возникает взаимосвязанность полей, что приводит к затуханию поперечных колебаний пластины. В соответствии с принципами термодинамики показано, что можно привести этот взаимосвязанный процесс в квазистатическое состояние за требуемое время, рассматривая новую постановку задачи управления термоупругими колебаниями. Построено оптимальное управление, которое смягчает динамические, нестационарные эффекты, минимизируя при этом характерный функционал внешнего теплового воздействия.

Список опубликованных научных работ по теме диссертации

1. Jilavyan S.H., Grigoryan E.R., Khurshudyan A.Zh. Heating control of a finite rod with a mobile source. Archives of Control Sciences, Poland, 31 (2021), No.2, p.417-430.

2. Grigoryan E.R. On one problem of optimal control of vibrations of a plate-strip in a temperature field. Proceedings of the YSU A: Physical and Mathematical Sciences, 2023, 57(3), (262), p.79–85.

3. Jilavyan S.H., Grigoryan E.R. On optimal control of thermoelastic vibrations of a plate-strip. Proceedings of the YSU A: Physical and Mathematical Sciences, 2024, 58(1), (263), p.18–26.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

ՍԱԼԵՐՈՒՄ ԵՎ ՁՈՂԵՐՈՒՄ ՋԵՐՄԱՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ՋԵՐՄԱԱՌԱՁԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԻ ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ատենախոսությունում ուսումնասիրվում են դեֆորմացվող պինդ մարմնի կառուցվածքային տարրերում ջերմահաղորդականության և ջերմաառաձգականության պրոցեսների ղեկավարելիության խնդիրներ: Ընդգծելով դրվածքային առանձնահատկությունները, խնդիրների դրվածքների տեխնոլոգիական նկարագրությունը, պրոցեսների թերմոդինամիկական և ֆիզիկամեխանիկական սկզբունքային մեկնաբանությունները՝ կապարավել է տեսական վերլուծական աշխատանք և թվային հետազոտություն պրոցեսների ղեկավարման և օպտիմալ ղեկավարման իրականացման, ղեկավարումների նկարագրման հարցերում:

Դիտարկվող ֆիզիկամեխանիկական պրոցեսները որպես բաշխված պարամետրերով համակարգեր՝ հոծ միջավայրեր, ներկայացնելիս նախ ենթարկվել են ֆիզիկամաթեմատիկական մոդելավորման՝ հիմքում ունենալով ընդունված, հայտնի սկզբունքային մոտեցումները: Ղեկավարումների կառուցումը հիմնված է ֆիզիկատեխնիկական տեսակետից

ղեկավարելիության հնարավորության, ինչպես նաև մաթեմատիկական մեթոդների և մոտեցումների վրա:

Առաջին գլխում դիտարկվել է վերջավոր ձողում ջերմահաղորդականության պրոցեսի ղեկավարման խնդիր: Ղեկավարումը իրականացվում է ջերմության շարժական աղբյուրի միջոցով: Ղեկավարելիության խնդիրը դրվում է որպես վերջավոր ժամանակում ջերմահաղորդականության պրոցեսի այնպիսի ղեկավարում, որ ձողում ջերմաստիճանային դաշտը տրված վիճակից բերվի պահանջվողի: Երկրորդ գլխում դիտարկված խնդրում սալի տատանումների ղեկավարումը իրականացվում է բեռի ըստ ժամանակի բաշխման ֆունկցիայով, նաև արտաքին ջերմաստիճանային դաշտի համար ջերմափոխանակության ըստ կոորդինատի բաշխմամբ: Երրորդ գլխում սալ-շերտի մակերևույթների և արտաքին միջավայրի միջև ջերմափոխանակության պայմաններում դիտարկվում է ջերմաառաձգական տատանումների օպտիմալ ղեկավարման խնդիր՝ էներգիայի ջերմաառաձգական ցրումը հաշվի առնելով: Խնդրի դրվածքը նոր է և զարգացնում է ջերմաստիճանի և դեֆորմացիայի կապակցված ֆիզիկական դաշտերի մասին տեսական հետազոտությունների մշակված մեթոդները:

-Ատենախոսությունում ֆիզիկական տարբեր դաշտերի՝ ջերմաստիճանի և դեֆորմացիաների, փոխազդեցության պայմաններում առաջարկվում է ֆիզիկամաթեմատիկական համապատասխան մոդել բարակ սալերի համար: Ջերմահաղորդականության և ջերմաառաձգական տատանումների պրոցեսների ղեկավարման համար ձևակերպվում է նոր դրվածքով խնդիր՝ պարզաբանելով ղեկավարելիության հարցը ջերմամեխանիկական տեսանկյունից:

-Ձողում ջերմահաղորդականության շարժական ղեկավարման խնդրում մոդելավորումը կատարվել և նկարագրվել է մաթեմատիկական ֆիզիկայի տեսանկյունից, հոծ միջավայրի մեխանիկայի կանոններով: Ջերմության աղբյուրի շարժման օրենքը՝ հետագիծը, ընդունվում է որպես ղեկավարում ջերմաստիճանային դաշտը տրված վիճակից վերջավոր ժամանակում պահանջվող վիճակի բերելու համար: Ապացուցվել են միաչափ տիրույթում ջերմահաղորդականության պրոցեսի ճշգրիտ և մոտավոր ղեկավարելիության իրականացման անհրաժեշտ, բավարար պայմանները:

-Ցույց է տրված, որ կոնցենտրացված (խտացված) էներգիայով շարժվող աղբյուրի միջոցով ձողում ջերմահաղորդականության պրոցեսի ճշգրիտ ղեկավարման անհնարինության դեպքում կարելի է իրականցնել մոտավոր ղեկավարում՝ օգտագործելով ֆիզիկական մեկնաբանությունների վրա հիմնված էվրիստիկական լուծումներ:

-Թվային հետազոտությամբ ցույց է տրված, որ ձողում ջերմահաղորդականության պրոցեսի նպատակային կառավարման ընթացքում օգտագործվող ջերմության աղբյուրի շարժումը կարգավորող ֆիզիկական մեխանիզմների համար կիրառելի են էվրիստիկական տիպի որոշ ղեկավարումներ: Թվային վերլուծություններով մի քանի մասնավոր դեպքերի համար ցույց է տրված ջերմահաղորդականության պրոցեսի ղեկավարման գործում աղբյուրի էվրիստիկական հետագծերի արդյունավետությունը:

-Ջերմաստիճանային դաշտում սալ-շերտի լայնական տատանումների օպտիմալ ղեկավարման խնդիրները դիտարկելիս ղեկավարման ֆունկցիաները կառուցվում են որպես սալի մակերևույթներին արտաքին միջավայրի ջերմաստիճանի կամ ուժային ազդեցության ըստ ժամանակի փոփոխվող ֆունկցիաներ: Այս խնդիրներում ընդունելով, որ ղեկավարման ժամանակը պատիկ է սալի տատանումների պարբերությանը՝ թվային հետազոտությամբ պարզվել է այդ պատիկության չափի էական նշանակությունը ոչ միայն տատանողական պրոցեսի այլ նաև ղեկավարման ֆունկցիայի նկարագրման վրա: Ցույց է տրվել, որ սալի պապանողական պրոցեսի կարգավորման վրա էական նշանակություն ունի միջավայրի ջերմային ազդեցությունը՝ բաշխված սալի մակերևույթների վրա:

-Սալի լայնական պապանումների խնդիրը ուսումնասիրվում է նաև մեխանիկական էներգիայի ջերմաառաձգական ցրումը հաշվի առնելով: Այս պայմաններում ջերմասփիճանի և դեֆորմացիաների փոխազդեցության արդյունքում առաջանում է դաշտերի փոխկապակցվածություն, որն էլ սալի լայնական պապանումների մարման պատճառ է դառնում: Թերմոդինամիկայի սկզբունքներին համապատասխան, ցույց է տրվել, որ կարելի է այս կապակցված պրոցեսը պահանջվող ժամանակում բերել քվազիստատիկ վիճակի՝ դիտարկելով նոր դրվածքով ղեկավարման խնդիր ջերմաառաձգական պապանումների համար: Կառուցվել է օպտիմալ ղեկավարումը, որը մեղմացնում է դինամիկական, ոչ ստացիոնար էֆեկտները, միաժամանակ մինիմալացնելով արտաքին ջերմային ազդեցության բնութագրական ֆունկցիոնալը:

EDMON GRIGORYAN

PROBLEMS OF CONTROLLING THE PROCESSES OF THERMAL CONDUCTIVITY AND THERMOELASTICITY IN PLATES AND RODS

SUMMARY

The dissertation examines the problems of controlling the processes of thermal conductivity and thermoelasticity in the structural elements of a deformable solid. Paying attention to the formulation features, technological description of problem statements, thermodynamic and physical-mechanical fundamental interpretations of processes, theoretical analytical work and numerical research on issues of control and implementation of optimal process control were carried out.

The physical and mechanical processes under consideration, as systems with distributed parameters - continuous media, were first subjected to physical and mathematical modeling based on accepted and well-known fundamental approaches. The construction of controls is based on the controllability capabilities from a physical and technical point of view, as well as on mathematical methods and approaches.

The first chapter examines the problem of controlling the process of heat conduction in a finite rod. Control is carried out using a mobile heat source. The controllability problem is posed as controllability of the thermal conduction process in a finite time in such a way that the temperature field in the rod is brought from a given state to the required one. The control of plate vibrations, discussed in the second chapter, is carried out by the load distribution function over time, as well as the heat transfer distribution along the coordinate for the external temperature field. The third chapter examines the problem of optimal control of thermoelastic vibrations under conditions of heat exchange between the surfaces of the plate and the external environment, taking into account thermoelastic energy dissipation. The formulation of the problem is new and develops methods for theoretical study of coupled physical fields of temperature and deformation.

-The dissertation proposes an appropriate physical and mathematical model of thin plates for the conditions of interaction of various physical fields, such as temperature and deformation. To control the processes of thermal conductivity and thermoelastic vibrations,

a problem with a new formulation is formulated, clarifying the issue of controllability from the point of view of thermomechanics.

-In the problem of moving control of thermal conductivity in a rod, modeling was performed and described from the point of view of mathematical physics and the rules of continuum mechanics. The law of motion of the heat source is adopted as a control to bring the temperature field from a given state to the required one in a finite time. Necessary and sufficient conditions for the implementation of precise and approximate control of the heat conduction process in a one-dimensional region are proven.

-It is shown that if it is impossible to accurately control the process of heat conduction in the rod using a moving source with concentrated energy, it is possible to implement approximate control using heuristic solutions based on physical interpretations.

-Numerical research has shown that for the physical mechanism for regulating the movement of the heat source used in the target control of the heat conduction process in the rod, some heuristic-type controls are applicable. Numerical analysis for several special cases showed the effectiveness of heuristic source trajectories in controlling the heat conduction process.

-When considering the problems of optimal control of transverse vibrations of a plate-strip in a temperature field, the control functions of temperature change or the force effect of the external environment on the surface of the plate are constructed as functions of time. In these problems, assuming that the control time is a multiple of the plate oscillation period, a numerical study revealed the significance of this multiplicity not only for the vibration process, but also for describing the control function. It is shown that the regulation of the vibration process of the plate is significantly influenced by the thermal effect of the medium distributed over the surfaces of the plate.

-The problem of transverse vibrations of a plate is also studied taking into account thermoelastic dissipation of mechanical energy. Under these conditions, due to the interaction of temperature and deformation, interconnection of fields arises, which leads to attenuation of the transverse vibrations of the plate. In accordance with the principles of thermodynamics, it is shown that it is possible to bring this interconnected process into a quasi-static state in the required time, considering a new formulation of the problem of controlling thermoelastic vibrations. An optimal control has been constructed that softens dynamic, non-stationary effects, while minimizing the characteristic functionality of external thermal influence.